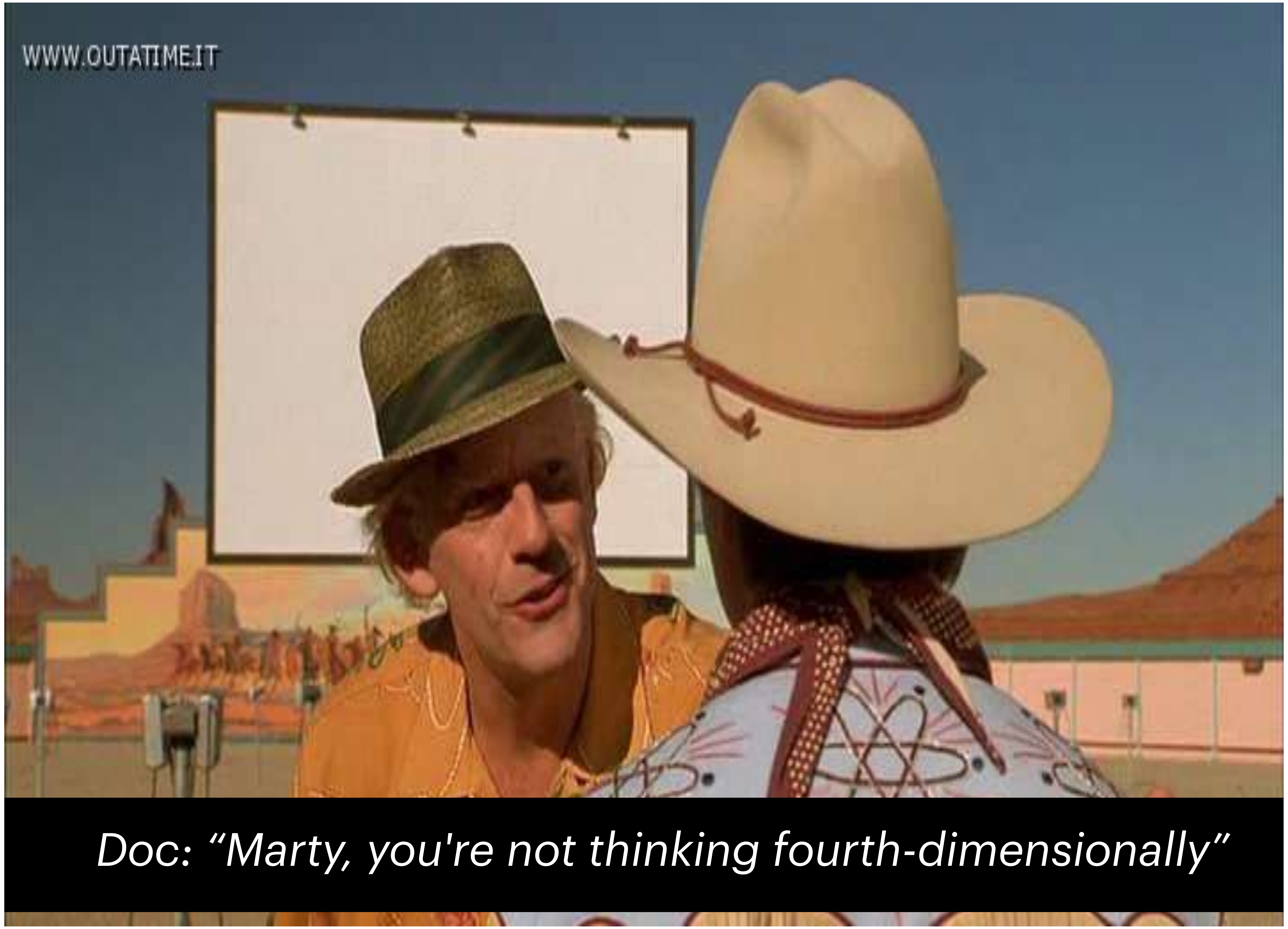
INTRODUZIONE ALLA FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE



Doc: “Marty, you're not thinking fourth-dimensionally”

Lezione 1

Cinematica Relativistica I

01/03/2023

VIERI CANDELISE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

INTRODUZIONE AL CORSO

contatto: vieri.candelise@units.it

studio: stanza 230 ultimo piano

la mia pagina web: troverete tutte le info sul corso aggiornate settimanalmente, ci saranno approfondimenti, esercizi, curiosità e tutti gli appunti lezione per lezione

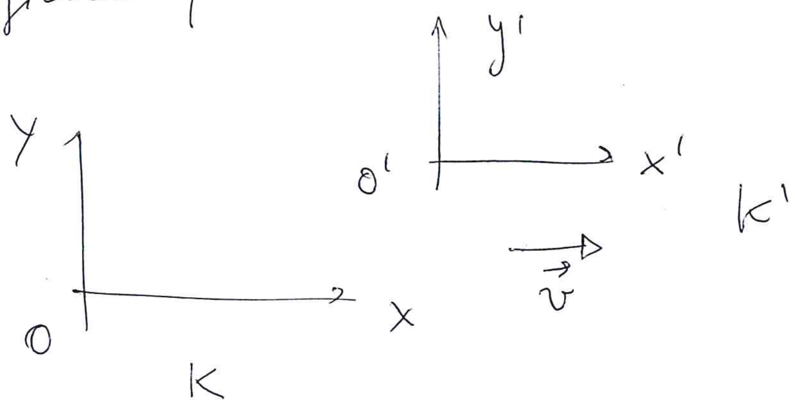
https://wwwusers.ts.infn.it/~candelis/Vieri

CINEMATICA RELATIVISTICA I

01/03/2023

Per descrivere la fisica delle particelle abbiamo bisogno di usare la teoria della Relatività Ristretta: il regime tipico per noi saranno particelle con velocità vicine a quella della luce nel moto ed alte energie. Partendo dal principio di relatività e introducendo la velocità della luce nel moto $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu} = 3 \cdot 10^8\, m/s$, le trasformazioni di Galileo devono essere modificate per rendere invariante l'elettromagnetismo.

rif. inerziali



TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

1904

Lungo x:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ ct' = \gamma(ct - \beta x) \\ y' = y\, ; \quad z' = z \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ \beta = v/c \end{cases}$$

Se $v \ll c \rightarrow \beta \simeq 0 \rightarrow \gamma \simeq 1 \Rightarrow$ Galileo $t' = t$

dove (ct, x, y, z) e (ct', x', y', z') sono le coordinate spazio-temporali nei sistemi K e K'. In forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} ;$$

$a' = \underline{L}(\beta)\, a$

$\det(\underline{L}(\beta)) = 1 =$

$= \gamma^2 - \beta^2\gamma^2$

$L^{-1}(\beta) = L(-\beta)$

$\gamma > 1$ perché $v < c$

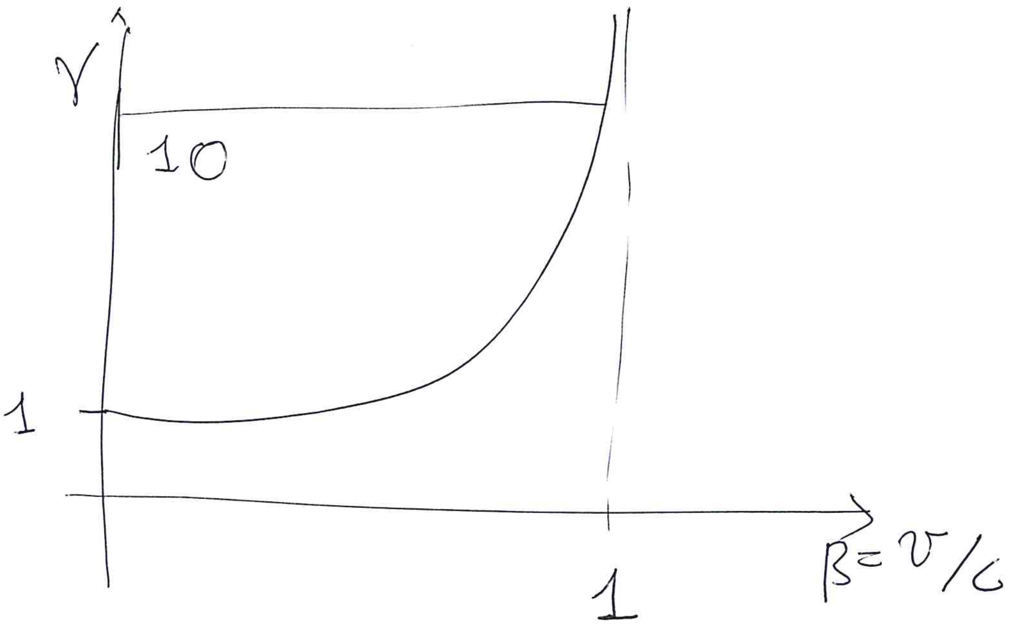
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

se $v = 0.8c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{0{,}2}} = \frac{1}{0{,}44} = 2{,}23$$

$\beta < 1$

$\beta = \frac{v}{c}$ e $v < c$



$\beta = 0{,}999 \rightarrow \gamma = 22{,}36$

Per descrivere i fenomeni relativi alla cinematica delle particelle, consideriamo punti nello spazio-tempo a 4 dimensioni, detti eventi. Il quadrivettore posizione si puo' scrivere come:

$$a = (a_0, a_1, a_2, a_3) = (a_0, a_x, a_y, a_z) = [a_0, \vec{a}] = a_\mu$$

con $\mu = 0,1,2,3$ (o t, x, y, z) = coordinate dello spazio-tempo.
anche detto spazio di Minkowski $M4$.

In questo spazio, la distanza che non dipende dal sistema di riferimento (invariante relativistico) e' detta separazione spazio-temporale:

$$\Delta s^2 = \Delta(ct)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \Delta(ct')^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2$$

distanza tra due eventi.

- In generale un 4-vettore identifica un evento nello spazio-tempo. La metrica dello spazio di Minkowski e' definita dal prodotto:

$$a_\mu b_\mu g^{\mu\nu} = a \cdot b = a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

con $$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$ tensore metrico.

vale la convenzione di Einstein per cui $a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu$

$$|a|^2 = a \cdot a = a_\mu a^\mu$$ e' invariante.

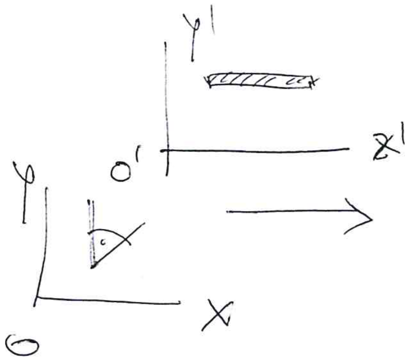
Effetti Relativistici

- Contrazione delle lunghezze

O'x'y'z' in moto rettilineo uniforme lungo x

Se misuro una sbarra in O' $L' = x_2' - x_1'$

$$L' = \gamma\underbrace{(x_2 - x_1)}_{\text{misura in } Oxyz} - \beta\gamma c(t_2 - t_1)$$

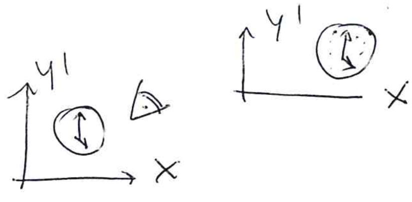


$$t_2 = t_1 \to \boxed{L' = \gamma(x_2 - x_1)}$$

$L' < L$ l'oggetto in moto risulta contratto nella direzione del moto rispetto a quello misurato in O

- Dilatazione dei tempi

$\Delta t' = t_2' - t_1'$ tra due eventi nello stesso punto del sistema O'x'y'z' come il battere in O'. Un osservatore in O.



$$\Delta t = \gamma \Delta t' + \beta\gamma \frac{\Delta x'}{c}, \quad \text{essendo } x_2' = x_1' \to \boxed{\Delta t = \gamma \Delta t'}$$

un evento visto da un osservatore in movimento ha durata maggiore dello stesso evento nel proprio riferimento

O vede O' più lentamente del proprio orologio

~ tempo proprio nel sistema

Invarianti Relativistici:

Posso ricostruire la cinematica delle particelle usando gli invarianti, ovvero quantità fisiche che risultano uguali dopo una trasformazione di Lorentz. Nessun 4-vettore da solo è invariante, ovviamente!

$\boxed{① \text{ Prodotto}}$

$$\left[L^{-1}(\beta) = L(-\beta), \ \det(L) = 1 \right]$$

$a' \cdot b' = a \cdot b$. Scrivo la trasf. di Lorentz lungo x in forma matriciale: $a \to a' \Rightarrow L^{-1}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{K} = \underbrace{\begin{pmatrix} \gamma & +\beta\gamma & 0 & 0 \\ +\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Lorentz}^{-1} \\ L^{-1}}} \underbrace{\begin{pmatrix} a_0' \\ a_1' \\ a_2' \\ a_3' \end{pmatrix}}_{K'} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_0 b_0 \\ a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \\ a_3 b_3 \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} a_0' b_0' \\ a_1' b_1' \\ a_2' b_2' \\ a_3' b_3' \end{pmatrix}$$

ottengo facilmente $a_0 b_0 = a_0' b_0'$. Per esempio, per la componente temporale avremo:

$$\begin{pmatrix} a_0 b_0 \\ a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \\ a_3 b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overbrace{\gamma a_0' b_0' + \beta\gamma a_1' b_1'}^{a_0' b_0'} \\ \beta\gamma a_0' b_0' + \gamma a_1' b_1' \\ a_2' b_2' \\ a_3' b_3' \end{pmatrix} \to \begin{cases} a_0 b_0 = \gamma a_0' b_0' + \beta\gamma a_1' b_1' & (1) \\ a_1 b_1 = \beta\gamma a_0' b_0' + \gamma a_1' b_1' & (2) \end{cases}$$

ricavo $a_1' b_1'$ dalla (2): $a_1' b_1' = \frac{1}{\gamma}\left(a_1 b_1 - \beta\gamma a_0' b_0' \right)$

metto in (1):

$$\boxed{a_0 b_0} = \gamma a_0' b_0' + \frac{\beta\gamma}{\gamma}\left(a_1 b_1 - \beta\gamma a_0' b_0' \right) = a_0' b_0' \gamma + \beta\gamma \underbrace{\left(\frac{a_1 b_1}{\gamma} - \beta a_0' b_0' \right)}_{a_1' b_1'}$$

$$= a_0' b_0' \gamma + \beta\gamma a_1' b_1' = \boxed{a_0' b_0'.}$$

✱

② spostamento infinitesimo

$$ds^2 = (c\,dt, dx, dy, dz) \quad (\text{si dimostra come prima})$$

③ Il 4-vettore Energia-Impulso

sapendo che $E = \gamma m c^2$ e $|\vec{p}| = \gamma m \vec{v}$, possiamo costruire il 4-vettore impulso come $p = \left(\frac{E}{c}, |\vec{p}|\right)$

ovvero $p = \left(\frac{mc^2}{c}\gamma, m\vec{v}\gamma\right) = (\gamma m c, \gamma m v)$.

Se calcolo la quantita' $p = \sqrt{p \cdot p}$ ottengo:

$$p = \underbrace{\sqrt{p \cdot p}}_{4\text{-vettore}} = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2} = \sqrt{\frac{m^2 c^4 \gamma^2}{c^2} - m^2 v^2 \gamma^2} = \sqrt{m^2 \gamma^2 (c^2 - v^2)} =$$

$$= m \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m\gamma\sqrt{c^2 - v^2} = m \frac{\sqrt{c^2(1 - v^2/c^2)}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = mc$$

Ho quindi $p^2 = m^2 c^2 = \left(\sqrt{\frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2}\right)^2 = \frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2$

Ricavo E per ottenere l'Energia Relativistica:

$$\boxed{E^2 = m^2 c^4 + |\vec{p}|^2 c^2}$$

Da questa posso ricavare due relazioni molto utili:

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{|\vec{p}|c}{E}, \quad \beta\gamma = \frac{|\vec{p}|}{mc}$$

$\gamma m c^2 = \gamma$ $\qquad$ $\beta = \gamma \cancel{m} v \cancel{c} = v$

un altro modo per vederlo: ✱ ⑤

$$\underbrace{a_0 b_0 - a_1 b_1} - a_2 b_2 - a_3 b_3 = \underbrace{a_0' b_0' - a_1' b_1'} - a_2' b_2' - a_3' b_3'$$

ci concentriamo su $a_0 b_0 - a_1 b_1 = a_0' b_0' - a_1' b_1'$

trasformo ogni 4-vettore:

$$\begin{cases} a_0 = \gamma a_0' + \beta\gamma a_1' \\ b_0 = \gamma b_0' + \beta\gamma b_1' \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 = \gamma a_1' + \beta\gamma a_0' \\ b_1 = \gamma b_1' + \beta\gamma b_0' \end{cases}$$

faccio il prodotto:

$$\begin{cases} a_0 b_0 = \gamma^2 a_0' b_0' + \gamma^2\beta a_0' b_1' + \gamma^2\beta a_1' b_0' + \beta^2\gamma^2 a_1' b_1' \\ a_1 b_1 = \gamma^2 a_1' b_1' + \gamma^2\beta a_1' b_0' + \beta\gamma^2 a_0' b_1' + \beta^2\gamma^2 a_0' b_0' \end{cases}$$

prodotto ancora:

$$a_0 b_0 - a_1 b_1 = \overbrace{(\gamma^2 - \beta^2\gamma^2)}^{1} a_0' b_0' + a_1' b_0' \overbrace{(\beta\gamma^2 - \beta\gamma^2)}^{0} +$$

$$+ a_1' b_1' \underbrace{(\beta^2\gamma^2 - \gamma^2)}_{-1} + a_0' b_1' \underbrace{(\gamma^2\beta - \gamma^2\beta)}_{0} =$$

$$= a_0' b_0' - a_1' b_1' .$$

Avendo usato:

$$\gamma^2 - \beta^2\gamma^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 - \beta^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 = \frac{1}{1-\beta^2} - \beta^2 \frac{1}{1-\beta^2} = 1$$

Introduco anche l'energia cinetica

$$K = E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$$

notare che se $\beta \ll 1$ (limite non relativistico, $\frac{v}{c} \ll 1 \rightarrow v \ll c$), ottengo $K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \rightarrow$

$$\cancel{\rightarrow mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{c^2-v^2}{c^2}}} - 1\right) = mc^2\left(\frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} - 1\right)} =$$

$$= m\cancel{c^2}\left(\underbrace{\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{\cancel{c^2}}}\ \cancel{-1}\right) = \frac{1}{2}mv^2.$$

$\boxed{\text{4 Massa Invariante}}$

Sistema di N particelle
$$p = \left(\frac{\sum_k E_k}{c}, \sum_k \vec{p}_k\right)$$

$p^2 =$ 4-impulso totale $\qquad p = \left(\frac{E}{c}, |\vec{p}|\right)$

$$\boxed{p^2_{tot} = \underbrace{\left(\sum_{k=1}^{N} \frac{E_k}{c}\right)^2}_{\text{se ho N particelle}} - \left(\sum_{k=1}^{N} |\vec{p}_k|\right)^2 = \underbrace{m^2c^2}_{\text{vedi prima}}}$$

massa invariante

la quantità $\sqrt{p_{tot} \cdot p_{tot}} \equiv \sqrt{s}$ viene chiamata energia del centro di massa.

$$p^2 = p_\mu p^\mu = m^2c^2$$

Una visione alternativa: le eq. di Lorentz sono $\mathbb{C}$ rotazioni iperboliche nello spaziotempo.

Sapendo che:

$$\gamma^2 - \gamma^2\beta^2 = 1 = \det(\underline{L})$$

per analogia

$$\cosh^2 y - \sinh^2 y = 1$$

con:

$$\gamma = \cosh y \,, \quad \beta = \tgh y \quad e \quad \beta\gamma = \sinh y$$

$$\boxed{y = \text{rapidità}}$$

In questo senso posso scrivere:

rotazioni iperboliche
$$\begin{cases} a_0' = (\cosh y)\, a_0 - (\sinh y)\, a_1 \\ a_1' = (-\sinh y)\, a_0 + (\cosh y)\, a_1 \\ a_2' = a_2 \\ a_3' = a_3 . \end{cases}$$

Se trasformiamo energia e impulso:

$\beta = \frac{v}{c} \to v = \beta c$

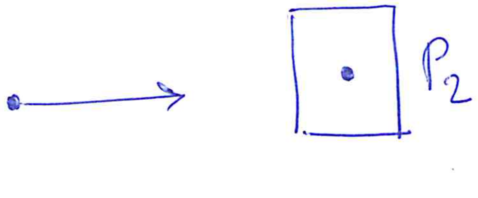
$$\begin{cases} E = \gamma m c^2 = (\cosh y)\, m c^2 \\ |\vec{p}| = \gamma m v = \beta\gamma c \cdot m = (\sinh y)\, m c \end{cases}$$

$$\frac{|\vec{p}|c}{E} = \beta = \tgh y \rightarrow y = \text{arctgh}\, \frac{|\vec{p}|c}{E} = \boxed{\frac{1}{2} \ln\left(\frac{E + |\vec{p}|}{E - |\vec{p}|}\right)}$$

formula della rapidità

Sistemi di Riferimento

① Targhetta fissa: SR del laboratorio solidale all'osservatore e ai rivelatori.



$$P_1 = \left(\frac{E_1}{c}, \vec{P}_1\right)$$

$$P_2 = \left(\frac{E_2}{c}, \vec{P}_2\right) = \underbrace{= (m_2 c \quad 0)}_{2 \text{ è ferma}}.$$

$$P_{tot} = \left(\frac{E_1}{c} + m_2 c, \vec{P}_1\right)$$

② Sistema del Centro di Massa

def: $\sum \vec{p} = 0$

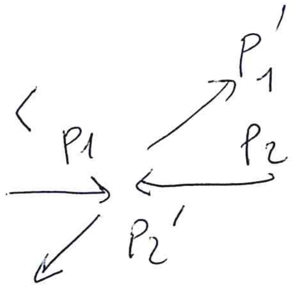
è il sistema delle particelle

$$P_1 = \left(\frac{E_1}{c}, \vec{P}_1\right) \quad P_2 = \left(\frac{E_2}{c}, \vec{P}_2\right) \rightarrow P_{tot} = (E_1 + E_2, 0)$$

• CM si muove a velocità v_{CM} rispetto al LAB.

Nel caso di N particelle avrò $P_N = \left(\frac{E_N}{c}, \vec{P}_N\right)$

$P_{tot} = \sum_N P_N$. L'invariante da calcolare nei processi di cinematica tra particelle è la massa invariante del sistema



$$p^2 = m^2 c^2 = \left(\sum_N \frac{E}{c}\right)^2 - \left(\sum_N \vec{p}\right)^2$$

$$\sqrt{p \cdot p} = \sqrt{s} = \sqrt{\sum E^2 - \sum \vec{p}^2}$$

energia del centro di massa

Moto relativo dei SdR

LAB $\longleftrightarrow$ CM
(Lorentz)

Qual e' la velocita del sistema del CM rispetto al lab?

$$P_{lab} = \left(\sum \frac{E}{c}, \sum \vec{P}\right) \qquad P_{CM} = \left(\frac{\sqrt{s}}{c}, 0\right)$$

Eseguo un boost lungo x = dir moto del CM

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sqrt{s}/c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{CM} = \underbrace{\begin{pmatrix} \gamma_{CM} & -\beta_{CM}\gamma_{CM} & 0 & 0 \\ -\beta_{CM}\gamma_{CM} & \gamma_{CM} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{L} \underbrace{\begin{pmatrix} \sum E/c \\ \sum \vec{P}_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{LAB} \qquad \begin{matrix} \sum \vec{P}_y = 0 \\ \sum \vec{P}_z = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \sqrt{s} = \gamma_{CM} \sum \frac{E}{c} - \beta_{CM}\gamma_{CM} \sum \vec{p} \\ 0 = -\beta_{CM}\gamma_{CM} \sum \frac{E}{c} + \gamma_{CM} \sum \vec{p} \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\cancel{-}\beta_{CM}\cancel{\gamma_{CM}} \sum \frac{E}{c} = \cancel{-}\cancel{\gamma_{CM}} \sum \vec{p} \Rightarrow \beta_{CM} = \frac{\sum \vec{p}}{\sum E/c} = \frac{p c_{tot}}{E_{tot}}$$

$$\gamma_{CM} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{CM}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2c}{E_{tot}}}} = \frac{E_{tot}}{\sqrt{s}}$$

ho trovato le relazioni che mi legano γ e β del CM a E, p del lab.

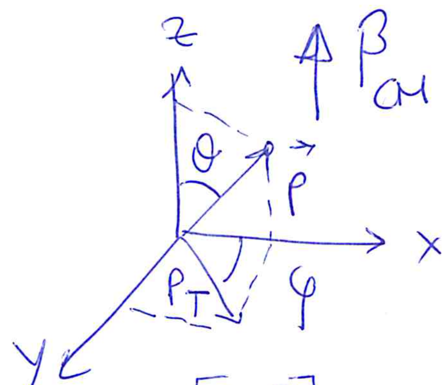
Ancora due invarianti

Consideriamo l'impulso di una particella / CM si muove con v // a z

Scriviamo un boost lungo z dal lab al CM per energia e impulsi per coordinate sferiche

$$\begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ p\sin\theta\cos\varphi \\ p\sin\theta\sin\varphi \\ p\cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{CM} & 0 & 0 & \beta\gamma_{CM} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma_{CM} & 0 & 0 & \gamma_{CM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ p^*\sin\theta^*\cos\varphi^* \\ p^*\sin\theta^*\sin\varphi^* \\ p^*\cos\theta^* \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} E = \gamma_{CM} E^* + \beta\gamma_{CM} p^* \cos\theta^* \\ p\sin\theta\cos\varphi = p^*\sin\theta^*\cos\varphi^* \\ p\sin\theta\sin\varphi = p^*\sin\theta^*\sin\varphi^* \\ p\cos\theta = \gamma_{CM} p^*\cos\theta + \beta\gamma_{CM} E^* \end{cases}$$



[LAB]

CM moto // a $\hat{z}$ lab

elevando al quadrato ambo i membri di x e y e sommando:

$$\vec{p}^{\,2}\sin^2\theta\underbrace{(\cos^2\phi + \sin^2\phi)}_{1} = |\vec{p}|^2_*\sin^2\theta^*\underbrace{(\cos^2\varphi^* + \sin^2\varphi^*)}_{1}$$

$$p\sin\theta = p^*\sin\theta^* \equiv P_T \quad \theta, \theta^* \in [0, \pi].$$

$$\begin{cases} P_T = P_T^* \text{ l'impulso trasverso è invariante} \quad * \\ \text{sostituendo: } \sin\varphi = \sin\varphi^*,\ \cos\varphi = \cos\varphi^* \longrightarrow \varphi \text{ è invariante relativistico} \quad * \end{cases}$$

Unita' Naturali

scala di grandezza della fisica delle particelle

$$\sim 10^{-15}\ m = 1\ fm\ (\text{fermi})$$

$$r_p \sim 0.5\ fm$$

energia delle particelle = eV (MeV, GeV)

$$E_p^{CM}(LHC) = 13.6\ TeV = \sqrt{s}$$

massa delle particelle = eV/c^2

$$M_p = 938\ MeV/c^2,\quad M_{e^-} = 0{,}5\ MeV/c^2 = 500\ keV/c^2$$

$$M_H = 125\ GeV/c^2$$

Introduciamo un set di unita' che parli solo con le caratteristiche principali della Natura, nel moto

$$c = q = \hbar = k_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 1$$

energia $GeV \to GeV$

massa $\frac{GeV}{c^2} \to GeV$

impulso $\frac{GeV}{c} \to GeV$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{E^2 = p^2 + m^2}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137} \to \boxed{e = \sqrt{\alpha}}$$

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \to \text{tempo} = GeV^{-1}$$

$$\Delta x \Delta p \sim \hbar \to \text{spazio} = GeV^{-1}$$

Riassunto Lezione 1

Fisica delle particelle → richiede la Relatività
particelle a $v \to c$ e alte energie.

- limite relativistico: $v \to c$

  $\beta = \frac{v}{c} \to 1 \qquad \beta = \frac{p}{E} \Rightarrow p \to E, \qquad p \gg m$

  $E = \gamma m c^2 \qquad p = \gamma m v$

- 4vettore energia-impulso: $p = (E/c, \vec{p})$

- Invarianti: mi servono per ricostruire la cinematica relativistica

1) 4prodotto: $a \cdot b$
2) norma: Δs^2
3) 4-energia/impulso p
4) energia del CdM / massa invariante $\quad p^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m^2c^2$

   $\sqrt{s} = \sqrt{p \cdot p} = \sqrt{m^2c^2} = mc.$

5) P_T e φ

- Sistemi di Riferimento $<$ CM $\Rightarrow \sum \vec{P} = 0$; LAB $\Rightarrow$ solidali all'osservatore

- velocità di un sistema rispetto all'altro

- unità Naturali.