

## Teoria

Enunciare (anche a parole!):

- (a) la prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi di particelle,
- (b) il teorema del moto del centro di massa, che da essa deriva.

*Risolvere almeno due dei seguenti tre problemi. Gli elementi di valutazione includono la correttezza del risultato numerico (attenzione alle cifre significative ed unità di misura!) e la chiarezza dell'esposizione della soluzione. Fornire brevi spiegazioni per giustificare il metodo seguito ed i principali passaggi, e definire esplicitamente i simboli non già introdotti nel testo, con l'aiuto di figure ove necessario (sistemi di riferimento, diagrammi di corpo libero, forze applicate...)*

## Problema 1

Un satellite artificiale orbita attorno alla luna su un'orbita circolare a distanza  $r = 2r_L$  dal centro della luna, con periodo  $T = 306.8$  minuti;  $r_L = 1.74 \times 10^6$  m è il raggio della luna. Determinare:

- (a) l'accelerazione centripeta  $a$  del satellite nel suo moto circolare;
- (b) il valore dell'accelerazione di gravità  $g_L$  per un corpo in caduta libera in prossimità della superficie lunare (cioè a distanza  $r_L$  dal suo centro);
- (c) la velocità di fuga di un corpo qualsiasi dalla superficie della luna.

Nei calcoli finali non è necessario conoscere esplicitamente i valori della costante di gravitazione universale  $G$  e della massa della luna  $m_L$ .

## Problema 2

Una scala  $AB$ , di lunghezza  $L$  e massa  $M$ , è inizialmente in quiete, appoggiata verticalmente ad una parete; l'estremo inferiore  $A$  è in contatto con lo spigolo tra la parete verticale e il pavimento orizzontale. Un secchio di vernice, anch'esso di massa  $M$ , è fissato all'estremità superiore  $B$  della scala. La scala viene lasciata cadere sotto l'azione della forza di gravità, e ruota attorno all'estremo fisso  $A$ . Supponendo che la scala sia assimilabile ad un'asta omogenea (momento d'inerzia  $I_A = (1/3)ML^2$ ), e che il secchio sia approssimato con un punto materiale, determinare:

- (a) la posizione iniziale del centro di massa  $C$  del sistema complessivo (scala e secchio di vernice), in un sistema di riferimento con asse  $x$  orizzontale, asse  $y$  verticale e diretto verso l'alto, ed origine in  $A$ ;
- (b) il momento d'inerzia totale rispetto all'asse di rotazione per  $A$  del sistema (scala più secchio);
- (c) la velocità angolare finale  $\omega_f$  della scala nella posizione orizzontale, immediatamente prima di toccare il pavimento (per la soluzione è conveniente considerare l'energia meccanica totale del sistema).

Assumere nei calcoli:

$$M = 10.0 \text{ kg}; \quad L = 3.00 \text{ m}; \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

### Problema 3

Un corpo 1 di massa  $m_1$  può scivolare con attrito trascurabile su un piano, inclinato di un angolo  $\theta = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Al corpo è legata una estremità di una fune ideale (inestensibile, di massa trascurabile), che passa su una carrucola, posta in cima al piano inclinato. Alla seconda estremità della fune è appeso un secondo corpo 2 di massa  $m_2$ , che può muoversi verticalmente. La fune è in contatto con la carrucola senza scivolare; la carrucola è approssimabile come un disco di massa  $M = 2.00 \text{ kg}$  e raggio  $R = 30.0 \text{ cm}$ , che può ruotare con attrito trascurabile rispetto all'asse perpendicolare passante per il suo centro (momento d'inerzia:  $I_C = (1/2)MR^2$ ). Determinare:

- (a) quanto deve valere il rapporto  $m_2/m_1$  tra le masse dei due corpi affinché il sistema possa rimanere in equilibrio statico;

Nel caso particolare  $m_1 = m_2 = M$ , determinare:

- (b) la velocità finale del corpo 2 dopo una discesa di  $\Delta h = 0.50 \text{ m}$  se il sistema è inizialmente in quiete e viene lasciato libero di muoversi sotto l'azione della forza di gravità (si consideri  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ; può essere conveniente utilizzare l'energia meccanica totale del sistema);
- (c) l'accelerazione angolare  $\alpha$  della carrucola e le tensioni  $T_1$  e  $T_2$  dei due tratti di fune rispettivamente tra il corpo 1 e la carrucola e tra la carrucola ed il corpo 2.