

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA - PROVA SCRITTA DI FISICA

DATA 16 / 5 / 199 2005

CORSO DI $\left\{ \begin{array}{l} \text{LAUREA} \\ \text{DIPLOMA} \end{array} \right.$ IN INGEGNERIA
ELETTRONICA APPLICATA

VOTO

- 1) 6/6
 2) 6/6 -
 3) 6/6/.....

STUDENTE CRISKANI ALESSANDRO 83400011

TEORIA

I TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA si

La quantità di moto di un sistema di particelle è data dalla quantità di moto di un sistema avente la massa concentrata nel centro di massa e velocità uguale a quella del centro di massa stesso, cioè

$$\vec{Q} = M \vec{v}_c$$

(dove M è la massa delle particelle)

II TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA si

La risultante delle forze esterne ^{agenti sul} sistema è uguale alla massa totale del sistema moltiplicata per l'accelerazione del centro di massa, cioè

$$\vec{F}(t) = M \vec{a}_c$$

III EQUAZIONE CARDINALE

La derivata rispetto al tempo della quantità di moto totale è uguale alla massa totale per l'accelerazione del centro di massa e quindi alle risultante delle forze esterne

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = M \vec{a}_c = \vec{F}_{\text{est}}$$

si

II EQUAZIONE CARDINALE

La derivata rispetto al tempo del momento angolare totale è uguale al momento risultante delle forze esterne.

$$\frac{d\vec{P}_e}{dt} = \vec{M}^{(e)}$$

espr. sul sistema

ENERGIA CINETICA TOTALE

L'energia cinetica totale di un sistema è data dall'energia cinetica del centro di massa avente tutta la massa concentrata più l'energia cinetica interna, cioè più la somma delle energie cinetiche delle particelle rispetto al centro di massa. $\sim OK$

$$K_{tot} = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i'^2$$

(dove N è il numero di particelle e v_i' è la velocità del corpo i rispetto a C)

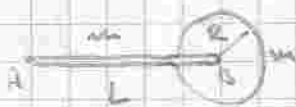
MOMENTO ANGOLARE TOTALE

Il momento angolare totale rispetto ad un punto O è il momento rispetto al centro di massa più il prodotto vettoriale tra la posizione del centro di massa e la quantità di moto.

$$\vec{P}_O = \vec{P}_C + \vec{r}_C \times \vec{Q}$$

rispetto ad O

PROBLEMA 1



$$R = \frac{L}{4}$$

a) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto ad a è

$$I_{z,a} = m \frac{L^2}{3}$$

Il momento d'inerzia del disco rispetto a B è

$$I_{z,b} = \frac{m R^2}{2} = \frac{m L^2}{32}$$

Per il teorema di Huygens-Steiner si ha

$$I_{z,a} = I_{z,b} + M d^2 = \frac{m L^2}{32} + m L^2 = \frac{33 m L^2}{32}$$

Sol

Quindi il momento d'inerzia totale è

$$I_{2,rot} = \frac{mL^2}{3} + \frac{33}{32} mL^2 = \frac{32+99}{96} = \frac{131}{96} mL^2 = 0,65 \text{ kg m}^2$$

b) Si conserva l'energia meccanica totale del sistema.

Prima della caduta si ha energia potenziale applicata

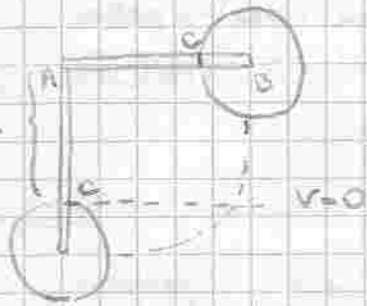
nel centro di massa che si trova a $\frac{3}{4}L$ da A.

Dopo la caduta l'energia potenziale si

è trasformata in energia cinetica rotazionale.

Quindi:

$$2mg \cdot \frac{3}{4}L = \frac{1}{2} I_{2,rot} \omega^2$$



Da cui:

$$\omega = \sqrt{\frac{3mgL}{I_{2,rot}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 96 \cdot g}{131 mL^2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 96}{131} \frac{g}{L}} = 4,64 \text{ rad/s}$$

c)



Considero il momento risultante delle

forze esterne in A (con T ho momento

nullo)

$$M_A^{(e)} = 2mg \sin \theta \cdot \frac{3}{4}L = I_{2,rot} \alpha$$

segno

Quindi:

$$\frac{3}{2} mg \sin \theta = \frac{131}{96} mL^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (\text{considerando sin } \theta \approx \theta)$$

segno

$$-\theta = \frac{262}{288} \frac{L}{g} \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

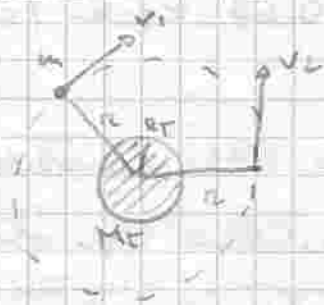
Pertanto la frequenza è

$$f = \frac{\sqrt{\frac{288}{262} \frac{g}{L}}}{2\pi} = 0,048 \text{ s}^{-1}$$

vedi

Hz (hertz)

PROBLEMA 2



- a) Per trovare la velocità proprio l'accelerazione centripeta uguale alla forza gravitazionale

$$\frac{GmM}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot r}{r^2}} \quad \frac{\text{SI}}{\text{S}}$$

- b) L'energia meccanica totale è minore dell'unità

$$E_{M^i} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{GmM}{r} - \frac{GmM}{r}$$

\uparrow \uparrow
 en. potenziale \uparrow en. potenziale
 del satellite 1 \uparrow del satellite 2

$$E_{M^i} = m \frac{G \cdot M \cdot r}{r} - 2m \frac{G \cdot M \cdot r}{r} = -G \frac{m \cdot M}{r} \quad \frac{\text{SI}}{\text{S}}$$

- c) dopo l'urto avendo i due satelliti come spunti la velocità del proprio di rotazione sarà zero, in quanto si conserva la quantità di moto nulla prima dell'urto. Quindi:

$$E_{M^f} = v^2 \quad (\text{en. potenziale dopo l'urto dai rotanti}) = -G \frac{2m \cdot M}{r} \quad \frac{\text{SI}}{\text{S}}$$

- d) Essendo l'energia meccanica del blocco uguale unicamente all'energia potenziale di questo e la velocità del blocco nulla, si ha che il blocco cade con accelerazione verso terra uguale a

$$\frac{G \cdot M}{r^2} \quad \frac{\text{SI}}{\text{S}}$$