Prova Scritta di Fisica Generale - 17/01/2006
Facoltà di Ingegneria, Università di Trieste - A.A. 2004-05
Sessione Straordinaria, Primo Appello

Risolvere i due seguenti problemi. La valutazione tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi, e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, diagrammi di corpo libero, forze applicate...)

Problema 1

Per misurare il coefficiente d'attrito dinamico tra i propri sci e la neve, e decidere se vale la pena di applicare della sciolina, uno sciatore applica il seguente metodo. Partendo da fermo, si lascia scivolare lungo la linea di massima pendenza, lungo una breve discesa, di lunghezza L_1, inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale; sul seguente tratto orizzontale della pista, lo sciatore misura la lunghezza d'arresto L_2, alla fine della quale si ritrova in quiete per l'effetto frenante dell'attrito tra sci e neve (**si assimili l'insieme dello sciatore e degli sci ad un punto materiale e** si trascuri l'attrito con l'aria durante il moto).

(a) Disegnare i "diagrammi di corpo libero" delle forze applicate allo sciatore **durante il moto**, sul tratto inclinato e su quello orizzontale della pista, identificando le forze agenti nei due casi.

(b) Determinare il coefficiente di attrito dinamico μ_d e la massima velocità raggiunta dallo sciatore durante la prova, nell'ipotesi che μ_d sia costante su tutto il percorso, inclusa la discesa.

(c) Per capire se il risultato è affidabile, lo sciatore ripete la prova più volte e trova una distribuzione di lunghezze d'arresto con deviazione standard σ_{L_2}. Con quale incertezza relativa δ_{μ_d}/μ_d è misurato il coefficiente di attrito?

Utilizzare nei calcoli i seguenti valori numerici:
$g = 9.81$ m/s^2; $L_1 = 20.0$ m; $\theta = 30^o$; $L_2 = 30.0$ m; $\sigma_{L_2} = 1.5$ m.

Svolgimento:

(a) Nel primo tratto, in un sistema di riferimento con l'asse x nel verso della discesa, la componente x della I equazione cardinale della Dinamica si scrive

$$mg\sin\theta - \mu_d mg\cos\theta = ma_1$$

da cui

$$a_1 = g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)$$

Per il teorema delle forze vive, la velocità dello sciatore, alla fine della discesa è massima e vale

$$v = \sqrt{2a_1L_1} = \sqrt{2g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)L_1}$$

Nel secondo tratto, nella direzione del moto agisce la sola forza d'attrito, e l'accelerazione è dunque

$$a_2 = -\mu_d g$$

(b) Applicando di nuovo il teorema delle forze vive allo spazio di frenata si ha

$$v = \sqrt{-2a_2L_2} = \sqrt{2\mu_d gL_2}$$

da cui

$$(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)L_1 = \mu_d L_2$$

e dunque

$$\mu_d = \frac{L_1\sin\theta}{L_1\cos\theta + L_2} = 0.211 \qquad\qquad v = 11.2 \text{ m/s}$$

(c) Supponendo che lo sciatore abbia effettuato N prove

$$\frac{\delta_{\mu_d}}{\mu_d} = \frac{1}{\sqrt{N}}\frac{1}{\mu_d}\left|\frac{\partial \mu_d}{\partial L_2}\right|\sigma_{L_2} = \frac{1}{\sqrt{N}}\frac{1}{\mu_d}\frac{L_1 \sin\theta}{(L_1\cos\theta + L_2)^2}\sigma_{L_2} = \frac{1}{\sqrt{N}}\frac{\sigma_{L_2}}{L_1\cos\theta + L_2} = \frac{0.032}{\sqrt{N}}$$

Problema 2

Due oggetti di masse m_1 ed m_2, approssimabili come puntiformi, sono collegati da una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza ℓ, e ruotano con velocitàngolare ω_0 attorno al loro centro di massa su un piano orizzontale, con attrito trascurabile. Determinare:

(a) la tensione T della fune;

(b) il momento angolare totale del sistema;

(c) a partire da un certo istante, in cui la fune si spezza, la legge oraria del moto di ciascuno dei due oggetti; utilizzare nel piano orizzontale un sistema di riferimento Oxy che abbia l'origine nel centro di massa e l'asse y parallelo alla direzione della fune, nell'istante in cui si spezza.

Utilizzare nei calcoli i seguenti valori numerici:
$m_1 = 0.50$ kg; $m_2 = 2.50$ kg; $\ell = 0.50$ m.

Svolgimento:

(a) Nel moto la fune è tesa e il centro di massa del sistema si trova lungo la fune ad una distanza dalla massa m_1 pari a

$$d_1 = \frac{m_2\ell}{m_1 + m_2}$$

Analogamente, la distanza del centro di massa dalla massa m_2 vale

$$d_2 = \frac{m_1\ell}{m_1 + m_2}$$

La tensione della fune è la forza centripeta associata al moto rotatorio che le due masse compiono nel sistema di riferimento del centro di massa e quindi vale

$$T = \omega_0^2 \frac{m_1 m_2 \ell}{m_1 + m_2} = \mu\omega_0^2\ell$$

dove

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 0.417 \text{ kg}$$

è la massa ridotta del sistema

(b) Le forze che generano il moto sono centrali con polo il centro di massa. Il moto risultante è piano e dunque il momento angolare ha la sola componente z ortogonale al piano; inoltre, il moto di ciascuna delle due masse è ortogonale alla direzione della fune che le congiunge. Si ha quindi

$$L_z = m_1 d_1 v_1 + m_2 d_2 v_2 = \mu\omega_0\ell^2$$

(c) Dal momento in cui la fune si spezza, la massa m_1 si muove sulla retta di equazione $y = -d_1$ con velocità costante $v_1 = \omega_0 d_1$. Analogamente, la massa m_2 si muove in verso opposto sulla retta di equazione $y = d_2$ con velocità costante $v_2 = \omega_0 d_2$.