1 Problema 1

1.1 Risposta (a)

Nell'approssimazione di gas ideale, possiamo utilizzare l'equazione di stato dei gas ideali per determinare il numero n di moli di elio contenmute nel pallone:

$$n = \frac{p_0 V}{RT} = \frac{1.01 \times 10^5 \times 0.20}{8.31 \times 320} = 7.60\, mol \tag{1}$$

da cui si ottiene la massa m:

$$m = 7.60\, mol \times 0.004\, kg/mol = 3.04 \times 10^{-2}\, kg \tag{2}$$

1.2 Risposta (b)

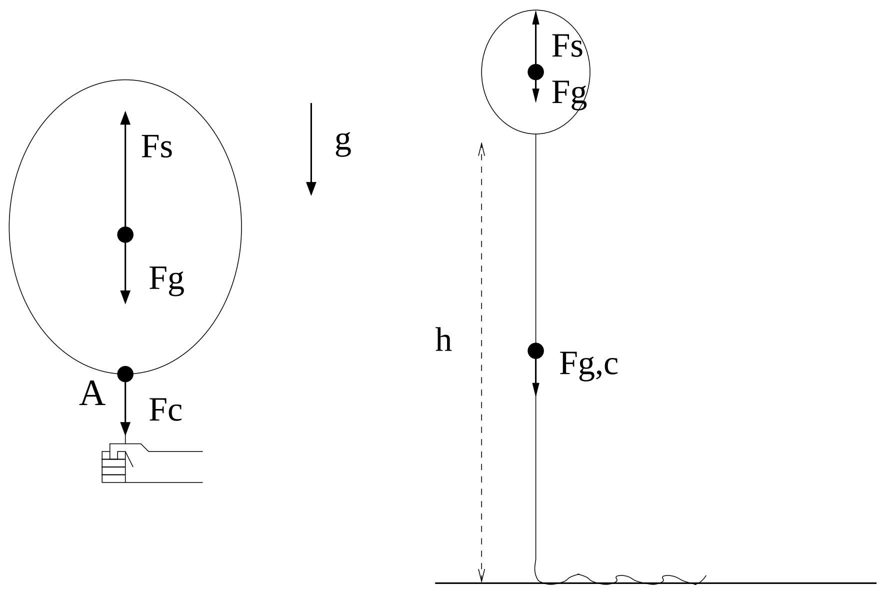

Figura 1

Il pallone (Figura 1) e' sottoposto alle seguenti forze (introduciamo un versore $\hat{\imath}$ diretto verticalmente verso il basso):

- la forza di gravita' $\vec{F}_g = mg\hat{\imath}$ agente sul gas in esso contenuto;
- la risultante $\vec{F}_s$ delle forze di superficie che l'aria circostante esercita sul pallone, data per la legge di Archimede da $\vec{F}_s = -\rho V g\hat{\imath}$, dove ρV e' la massa dell'aria che occuperebbe il volume V;
- la forza esercitata dalla cordicella $\vec{F}_c = \tau\hat{\imath}$, eguale in modulo alla tensione τ della corda in prossimita' del punto di attacco A.

All'equilibrio la risultante delle forze e' nulla: si ottiene quindi:

$$mg + (-\rho V g) + \tau = 0, \tag{3}$$

da cui:

$$\tau = \rho V g - mg = 2.05\, N \tag{4}$$

1.3 Risposta(c)

Il sistema complessivo, pallone piu' cordicella, e' sottoposto alle seguenti forze esterne aventi la stessa retta d'azione e quindi momento nullo:

- la forza di gravita' $\vec{F}_g = mg\hat{i}$ agente sul gas contenuto nel pallone;
- la spinta di Archimede sul pallone $\vec{F}_s = -\rho V g\hat{i}$, gia' discussa;
- la forza di gravita' totale sulla cordicella $\vec{F}_{g,c} = \lambda hg\hat{i}$.

In quiete, anche la risultante delle forze esterne e' nulla, da cui:

$$mg + \lambda hg + (-\rho V g) = 0 \tag{5}$$

$$\lambda h = \rho V - m \tag{6}$$

$$h = \frac{\rho V - m}{\lambda} = 41.9\ m \tag{7}$$

2 Problema 2

2.1 Risposta (a)

Sono inerziali tutti e soli i sistemi di riferimento in quiete o in moto rettilineo uniforme rispetto ad un sistema inerziale. Considerando approssimativamente inerziale un sistema di riferimento solidale con la terra, lo e' anche il sistema di riferimento solidale con la cabina dell'ascensore quando questa e' in quiete o si muove con velocita' costante. Quando la cabina sale o scende con accelerazione non nulla, il riferimento ad essa solidale non e' inerziale.

2.2 Risposta (b)

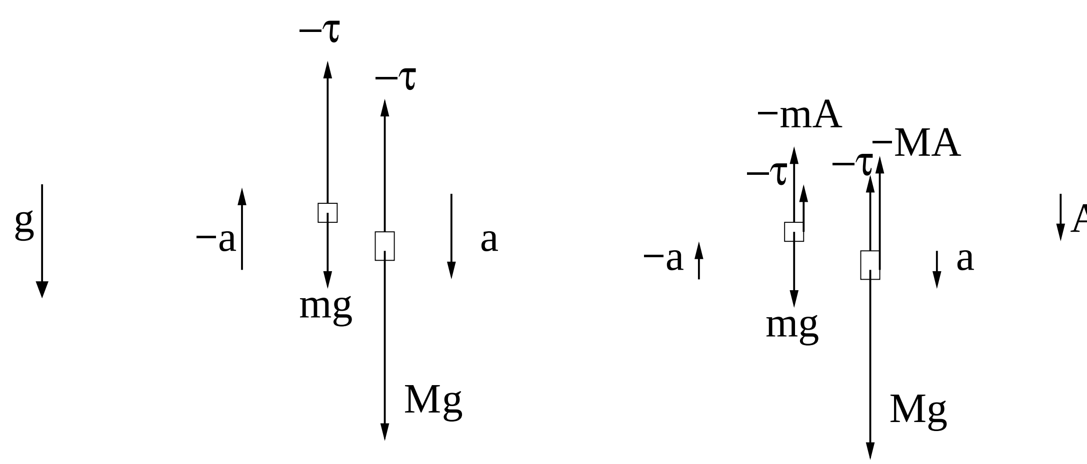

Figura 2(b) Figura 2(c)

Quando la cabina scende con velocita' costante, il riferimento ad essa solidale e' inerziale: quindi valgono le equazioni del moto in cui compaiono le risultanti delle forze reali applicate (Figura 2b), che per i due corpi di massa m e M sono rispettivamente, avendo scelto un versore $\hat{i}$ diretto verticalmente verso il basso, e tenendo conto del vincolo che implica $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2 = -a\hat{i}$:

$$mg\hat{i} + (-\tau)\hat{i} = m(-a)\hat{i} = m\vec{a}_1 \tag{8}$$

$$Mg\hat{i} + (-\tau)\hat{i} = Ma\hat{i} = M\vec{a}_2 \tag{9}$$

da cui, sottraendo membro a membro le componenti per eliminare l'incognita τ si ricava:

$$\begin{aligned} Mg - mg &= ma + Ma \qquad (10) \\ a &= \frac{M-m}{M+m} g \qquad (11) \end{aligned}$$

Da cui, se $M > m$, si vede che l'accelerazione di M e' diretta verso il basso, mentre quella di m e' uguale in modulo e direzione, ed ha verso opposto. La tensione si ottiene immediatamente per sostituzione:

$$\tau = mg + ma = mg + mg\frac{M-m}{M+m} = \frac{2Mmg}{M+m} \qquad (12)$$

2.3 Risposta (c)

Se la cabina discende con accelerazione costante $\vec{A} = A\hat{\imath}$ rispetto al sistema approssimativamente inerziale solidale con la terra, allora ogni corpo di massa μ appare sottoposto anche ad una forza "inerziale" $\vec{F_i} = -\mu A\hat{\imath}$ (attenzione: nell'espressione della forza inerziale compaiono per ciascun corpo la sua massa, e l'accelerazione del sistema di riferimento A cambiata di segno!) che va aggiunta a quelle "reali" nelle equazioni del moto (in Figura 2c diagramma qualitativo delle forza applicate e delle accelerazioni, nel caso $A > 0$):

$$\begin{aligned} mg\hat{\imath} + (-mA)\hat{\imath} + (-\tau)\hat{\imath} &= m(-a)\hat{\imath} \qquad (13) \\ Mg\hat{\imath} + (-MA)\hat{\imath} + (-\tau)\hat{\imath} &= Ma\hat{\imath} \qquad (14) \end{aligned}$$

Si vede facilmente che le soluzioni per le incognite a e τ hanno la stessa forma di quelle gia' trovate nel caso precedente, purche' si sostituisca ovunque $(g - A)$ al posto di g:

$$\begin{aligned} a &= \frac{M-m}{M+m}(g-A) \qquad (15) \\ \tau &= \frac{2Mm(g-A)}{M+m} \qquad (16) \end{aligned}$$

da cui si ottiene che, secondo le aspettative, entrambe le quantita' diventano nulle quando la cabina e' in caduta libera ($A = g$: situazione di "assenza di peso" nel sistema in caduta libera: tutti i corpi hanno la stessa accelerazione g rispetto al sistema di riferimento inerziale, ed accelerazione $a = 0$ rispetto al sistema in caduta; anche la tensione τ si annulla!;). Si può anche notare che se $A > 0$ (la velocità della cabina, diretta verso il basso, aumenta in modulo) allora la tensione τ è inferiore a quella che si osserva con cabina ferma o in moto uniforme; viceversa, se $A < 0$ (la velocità della cabina, diretta verso il basso, diminuisce in modulo: "frenata") allora la tensione τ è maggiore. Se poi $A > g$ (situazione poco verosimile in un ascensore, ma realizzabile per breve tempo ad esempio in un aereo in picchiata con motori accesi), le due masse "cadono" verso l'alto rispetto alla cabina, e, finché l'accelerazione rimane costante, restano "appoggiate" al soffitto.

3 Problema 3

3.1 Risposta (a)

Il sistema complessivo, formato da calorimetro, liquido e mulinello, ha capacita' termica totale:

$$C = c_c m_c + c_l m_l + c_m m_m = 311\ cal \cdot^o C^{-1} = 1304\ J \cdot^o C^{-1} \qquad (17)$$

Dato che il mulinello rimane in rotazione a velocita' angolare costante e quindi energia cinetica invariata, tutto il lavoro $L = M(2\pi N)$ della coppia motrice viene dissipato sotto forma di calore nel sistema, che acquista quindi una quantita' di calore $Q = L$ equivalente, e quindi alla fine ha una temperatura aumentata di:

$$C\Delta\theta = Q \qquad (18)$$

da cui si ottiene, facendo attenzione ad esprimere calore Q, lavoro L e capacità termica C usando le stesse unità di misura (p.es. J):

$$\Delta\theta = \frac{Q}{C} = \frac{L}{C} = \frac{2\pi NM}{C} = 2.9\ ^oC = 2.9\ K \qquad (19)$$

3.2 Risposta (b)

Poiche' il liquido rimane a volume approssimativamente costante, il lavoro da esso compiuto e' nullo; per il primo principio della termodinamica, in questa trasformazione la variazione ΔU_l dell'energia interna del fluido e' uguale al calore Q_l da esso assorbito:

$$\Delta U_l = Q_l = m_l c_l \Delta\theta = 737\ cal = 3085\ J \tag{20}$$

3.3 Risposta (c)

Sono note le temperature iniziale e finale assolute:

$$T_i = \theta_i + 273.15 = 293.15\ K \tag{21}$$
$$T_f = \theta_i + \Delta\theta + 273.15 = 296.05\ K \tag{22}$$

da cui il calcolo della variazione di entropia del liquido diventa semplicemente:

$$\Delta S_l = \int_{T_i}^{T_f} (\frac{\delta Q}{T})_{rev} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{m_l c_l dT}{T} = \tag{23}$$
$$= m_l c_l \log\frac{T_f}{T_i} = 10.5\ J/K = 2.5 cal/K \tag{24}$$

(attenzione: nella definizione dell'integrale di Clausius e quindi dell'entropia compare la temperatura termodinamica assoluta: bisogna quindi esprimere la temperatura nella scala Kelvin).