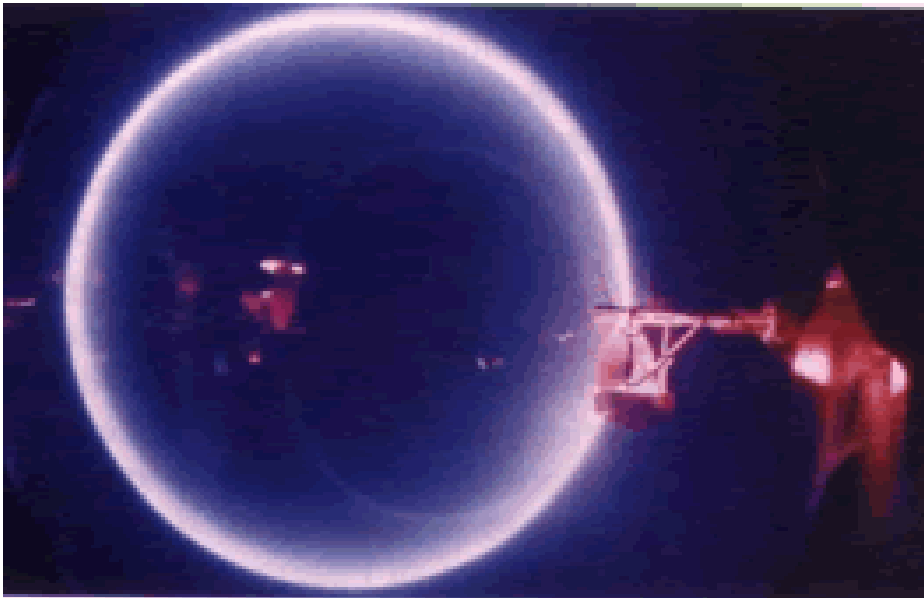


# LABORATORIO di Fisica

## Misura di $e/m$ dell'elettrone

Esperienza congiunta dei corsi di  
Fisica Generale e Principi di Elettromagnetismo



# Indice

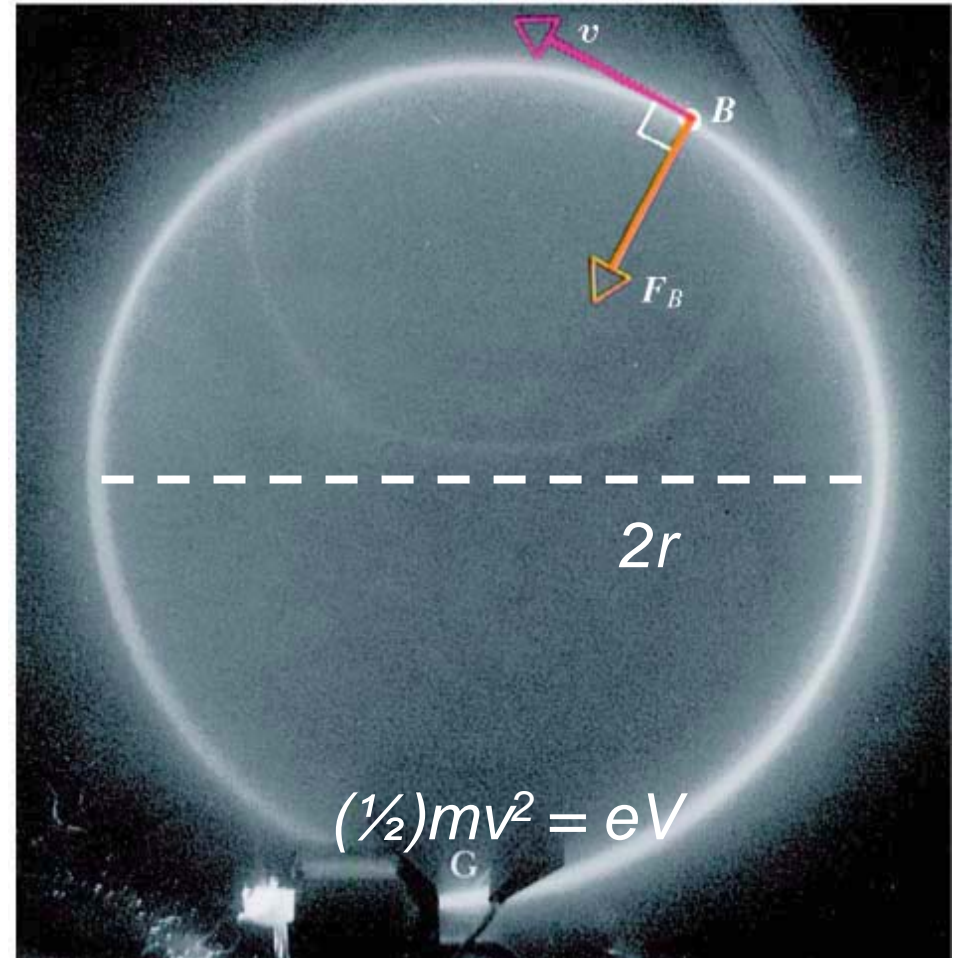
- Introduzione; scoperta dell'elettrone
- “Cannone elettronico”:  $(\frac{1}{2})mv^2 = eV$
- Bobine di Helmholtz: campo magnetico  $B$
- Rapporto  $e/m$  dalla traiettoria circolare
- Circuito elettrico e collegamenti
- Procedura sperimentale
- Analisi delle incertezze sperimentali
- La relazione

# Introduzione

Misureremo il rapporto  $e/m$  per l'elettrone utilizzando un fascio di elettroni:

- emessi da un catodo riscaldato
- accelerati da una tensione anodica  $V \approx 400V$
- incurvati a seguire una traiettoria circolare in un campo magnetico  $B$  ~uniforme (perpendicolare al piano dell'orbita)
- misura di  $e/m$  dal diametro  $2r$  della traiettoria.

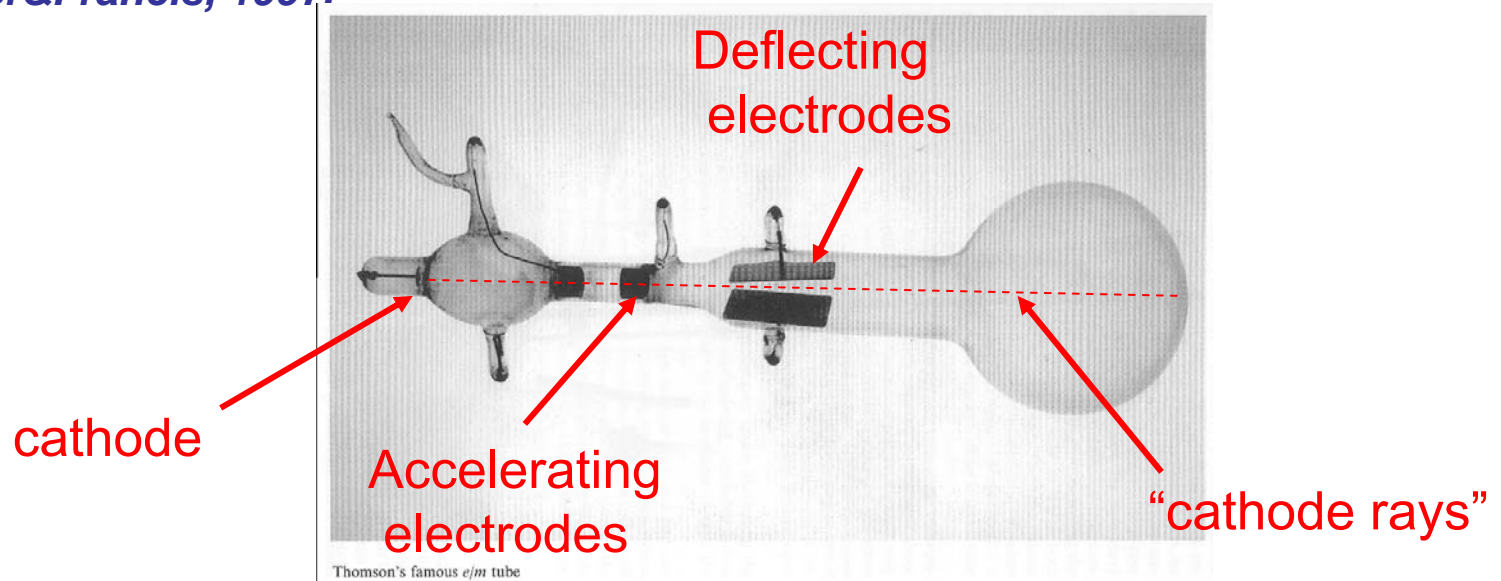
Con un metodo per alcuni aspetti diverso, il rapporto  $e/m$  fu misurato per la prima volta da J.J.Thomson, che ricevette per questo il premio Nobel.



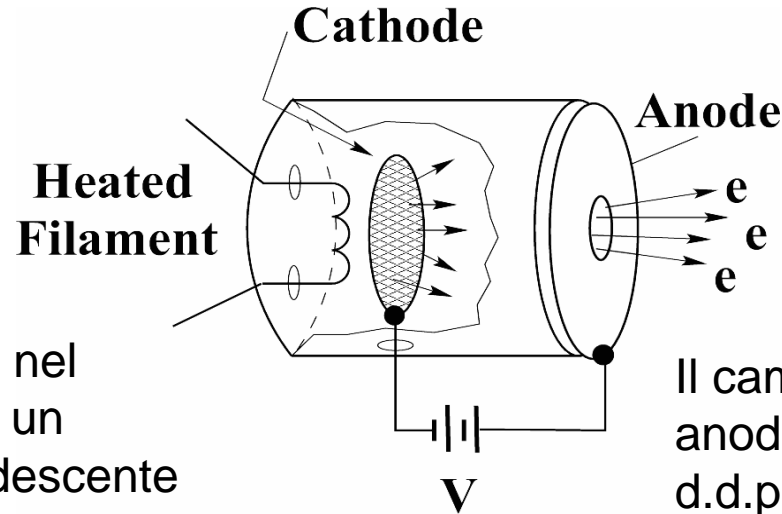
J.J. Thomson, Phil. Mag. **44**, 295 (1897).

# Scoperta dell'elettrone

- J.J.Thomson (1897): Premio Nobel
  - Ricerca sulle scariche elettriche nei gas rarefatti: “raggi catodici”, emessi dall'elettrodo negativo: conclude che i “raggi catodici” sono particelle cariche (piu` tardi chiamate elettroni) dopo uno studio accurato degli effetti di campi elettrici e magnetici
  - Misura di  $m/e \sim 10^{-11} \text{ kg/C} \ll 10^{-8} \text{ kg/C}$  (ioni positivi: idrogeno, idrolisi)
- *J.J. Thomson, Phil. Mag. 44, 295 (1897): vedi estratto in: Great experiments in Physics, ed. By M.H.Shamos, Dover Publications, New York, 1959.*
- *E.A.Davis, I.J.Falcomer, J.J.Thomson and the Discovery of the Electron, Taylor&Francis, 1997.*



# “Cannone elettronico”



“Effetto termoionico”: nel catodo, riscaldato da un filamento reso incandescente per effetto Joule, alcuni elettroni acquistano energia sufficiente a superare la barriera di potenziale che li confina nell’elettrodo metallico

$$v_0 = \left( \frac{3kT_c}{m} \right)^{1/2}$$

$$T_c \approx 2500K \Rightarrow v_0 \approx 4 \times 10^5 \text{ m/s}$$

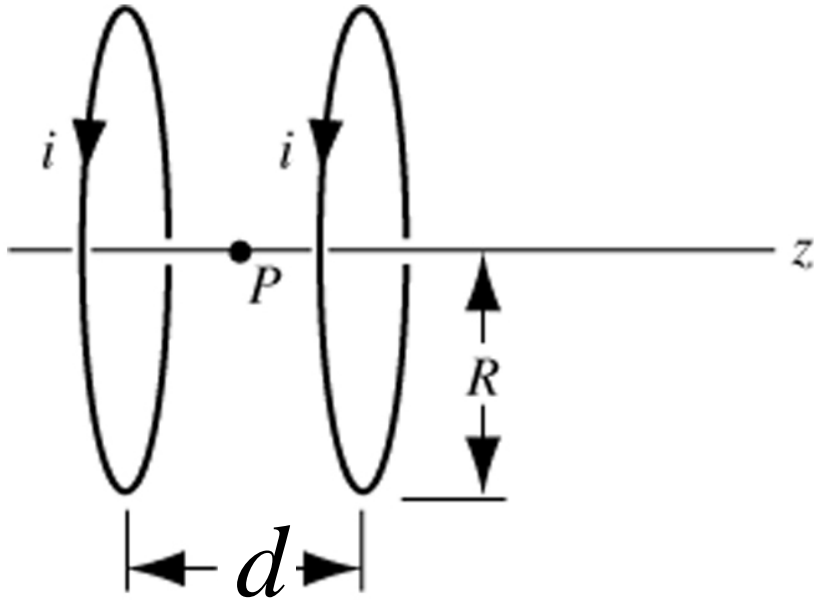
Il campo elettrico tra catodo e anodo (mantenuto a una d.d.p.  $V$  positiva di qualche centinaio di volt) accelera gli elettroni, che in parte sfuggono attraverso un foro formando un fascio.

$$eV = \frac{1}{2}mv^2$$

carica dell'elettrone ↑      ↑      velocità finale (iniziale nulla)

massa dell'elettrone ↑

# Bobine di Helmholtz: campo $B$ sull'asse



Mettendo l'origine  $z = 0$   
al centro della spira a sinistra

$$\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{u}_z$$

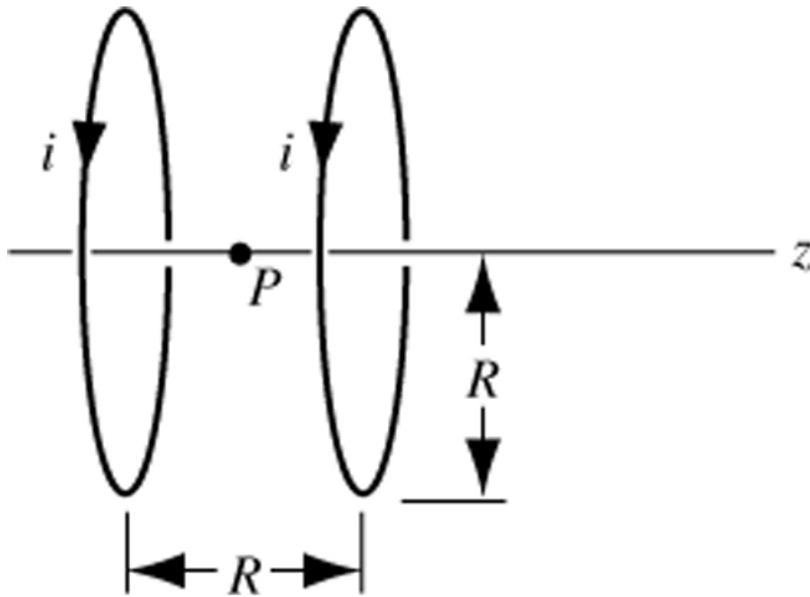
$$\vec{B}_2(z) = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{((d - z)^2 + R^2)^{3/2}} \hat{u}_z$$

$$\vec{B}(z) = \vec{B}_1(z) + \vec{B}_2(z) = \frac{\mu_0 i}{2} \left[ \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{R^2}{((d - z)^2 + R^2)^{3/2}} \right] \hat{u}_z$$

nel punto centrale

$$\vec{B}(d/2) = \mu_0 i \frac{R^2}{((d/2)^2 + R^2)^{3/2}}$$

# Bobine di Helmholtz: uniformità del campo magnetico

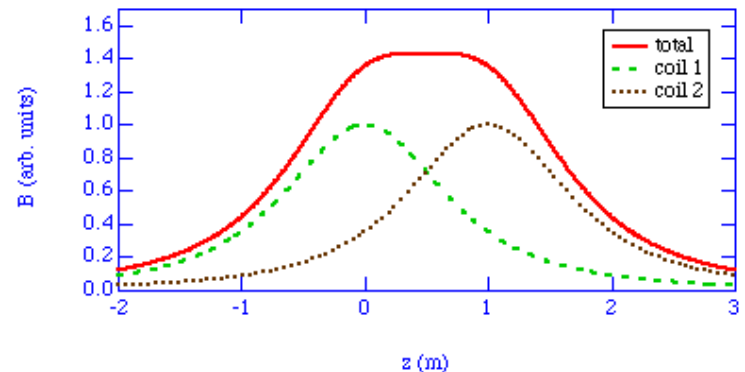
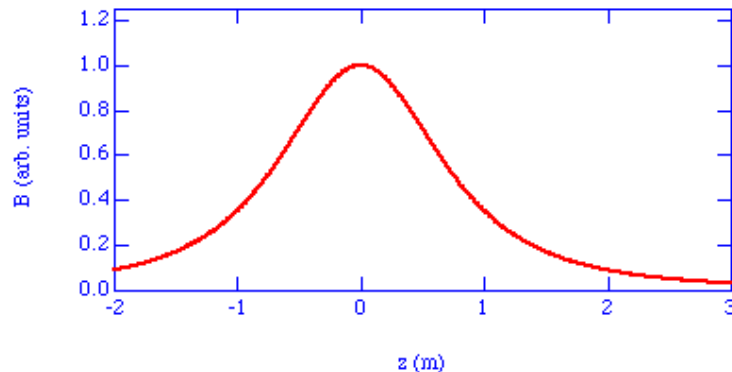


Si dimostra che per  $d = R$   
nel punto P del piano  
mediano centrale  $z = d/2$

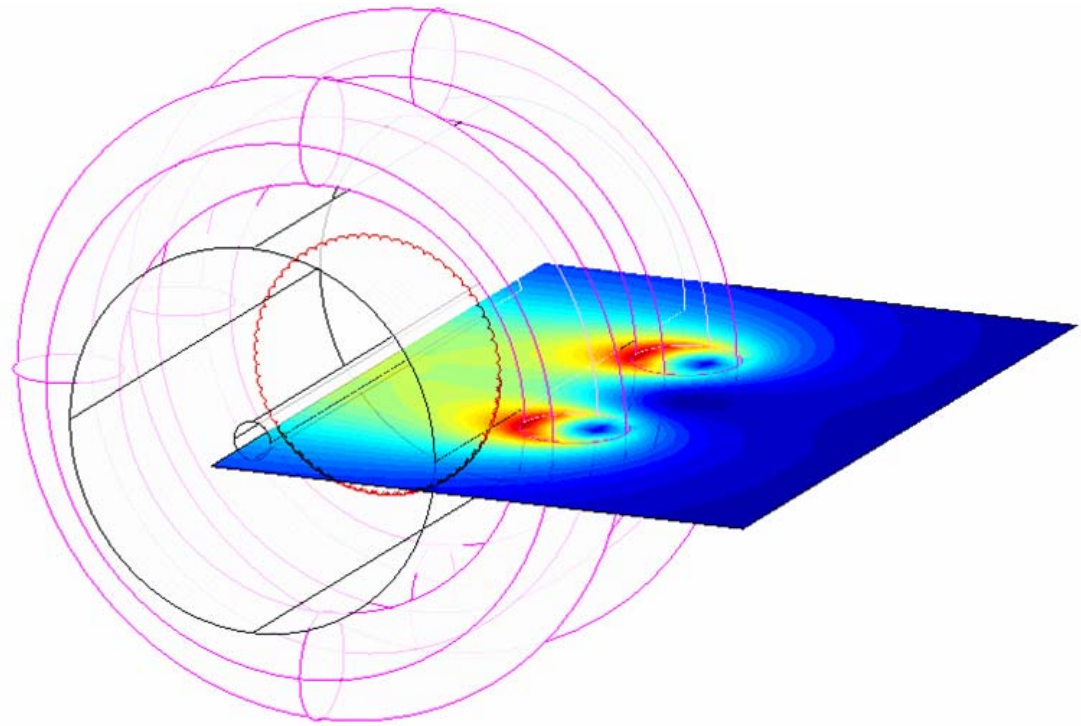
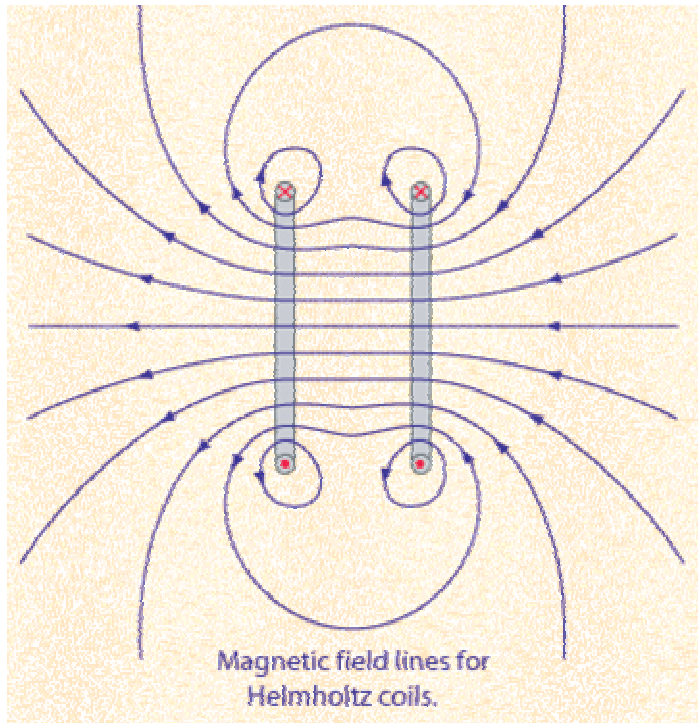
$$\frac{\partial B(z)}{\partial d} = 0$$

$$\frac{\partial^2 B(z)}{\partial d^2} = 0$$

realizzando cioè la condizione  
di massima uniformità assiale  
del campo magnetico.



# Bobine di Helmholtz: uniformità del campo magnetico fuori dall'asse di simmetria





# Rapporto $e/m$

$$\left\{ \begin{array}{l} evB = m \frac{v^2}{r} \\ E_k = \frac{1}{2} mv^2 = eV \end{array} \right.$$

(1) Forza di Lorenz e 2° principio della dinamica;  
Cinematica: accelerazione centripeta

(2) Conservazione dell'energia meccanica  
dal catodo all'anodo

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{eBr}{m} \\ \frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2 B^2 r^2}{2m} = eV \end{array} \right.$$

N: numero di spire in ciascuna  
bobina di Helmholtz

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2V}{r^2 B^2}$$

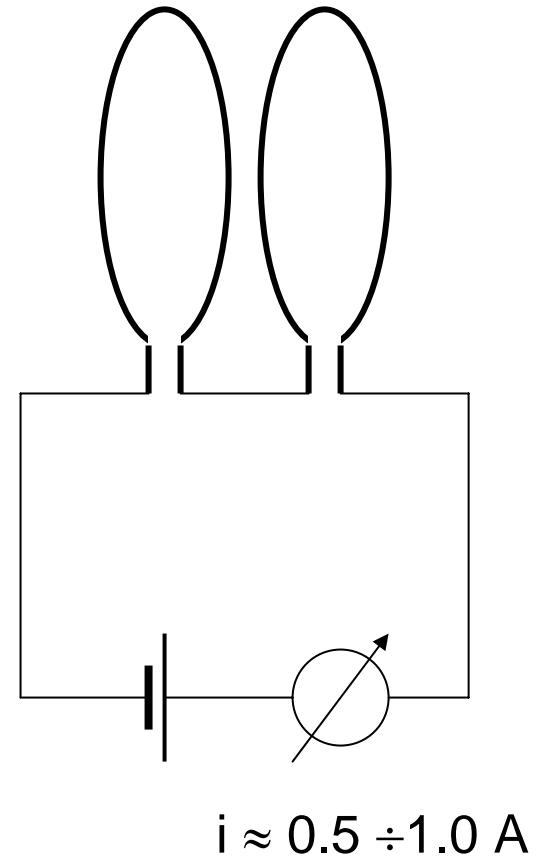
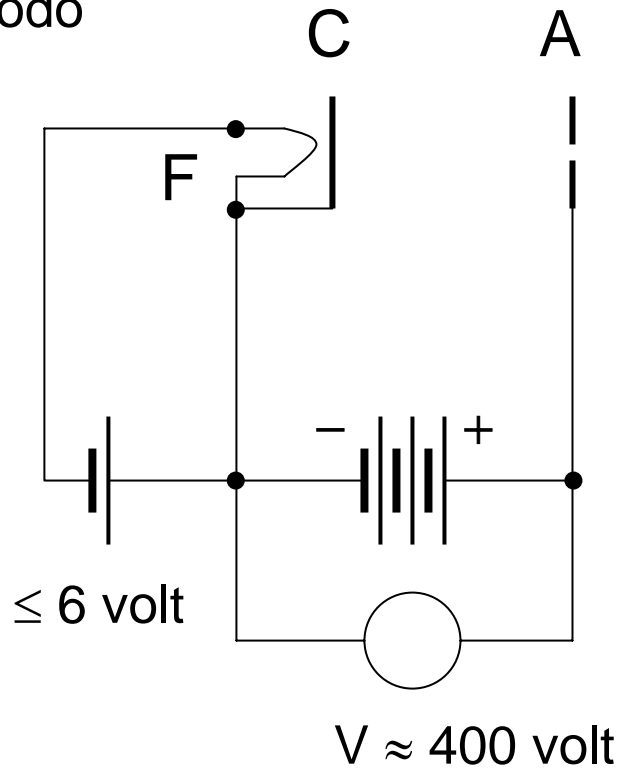
$$B = \frac{\mu_0 R^2}{\left( (d/2)^2 + R^2 \right)^{3/2}} Ni$$

# Schema dei circuiti elettrici

F = filamento

C = catodo

A = anodo



# Collegamenti elettrici

L'allestimento dei collegamenti consiste nel creare tre circuiti elettrici indipendenti, **dopo aver controllato che tutti gli alimentatori siano spenti:**

1. il primo per riscaldare il filamento: generalmente serve una tensione di 6 V, continui o alternati. E' opportuno far raggiungere la temperatura finale al filamento gradualmente, aumentando lentamente la tensione fino ad un **massimo** di 6 V.
2. il secondo circuito è quello che genera la differenza di potenziale  $V$  ( $\sim 400V$ ) fra gli elettrodi del "cannone elettronico", interno all'ampolla. In tale circuito è indispensabile collegare un *voltmetro* per la lettura della differenza di potenziale che accelera gli elettroni espulsi termoelettronicamente dal filamento;
3. il terzo circuito, infine, è quello che serve a creare il campo magnetico per incurvare la traiettoria degli elettroni, fino a far compiere loro una circonferenza all'interno dell'ampolla. In questo circuito è indispensabile collegare un *amperometro* per la lettura della intensità della corrente elettrica  $i$  ( $\sim 0.5-1.0 A$ ) che crea il campo magnetico  $B$ .

**Far controllare i circuiti all'istruttore prima di procedere all'accensione degli alimentatori**, nell'ordine consigliato nel seguito delle istruzioni.

# Procedimento sperimentale

- I circuiti elettrici, precedentemente descritti, vengono attivati ad uno ad uno e nel seguente ordine:
  - 1)** Si alimenta il filamento e si attende una ventina di secondi affinché si stabilizzi la sua temperatura (non superare la tensione di 6V !).
  - 2)** Si passa quindi ad alimentare il cannone elettronico fino a che un netto fascio di elettroni non si proietta al suo esterno: generalmente serve una tensione nell'intervallo 300-400 V. Quindi si prende nota della tensione.
  - 3)** Orientare il fascio parallelamente alla direzione del campo magnetico terrestre locale, individuata con un ago magnetico, in modo da minimizzarne l'effetto (alternativamente: orientarlo perpendicolarmente, e poi determinare la corrente nelle bobine necessaria ad annullarne l'effetto).
  - 4)** Infine si passa ad alimentare il gruppo delle bobine di Helmholtz fino ad ottenere una traiettoria circolare disposta su un unico piano.
  - 5)** In tali condizioni si passa a misurare l'intensità di corrente ed il raggio della traiettoria circolare percorsa dagli elettroni, con accorgimenti adatti ad evitare errori di parallasse.

# Annotare i dati

- 1) Riflettere sul modo migliore di annotare i risultati delle misure
- 2) Prendere nota accuratamente di tutti gli elementi dell'apparato, inclusi:
  - strumenti di misura (regolo, multimetri) e loro caratteristiche
  - circuito elettrico,
  - geometria delle bobine ( $R$ ,  $d$  medi: da misurare!), numero di spire per bobina ( $N$ )
- 3) Prendere nota della tensione  $V$ , della corrente  $i$  e del raggio  $R$
- 4) Se c'è tempo, ripetere la misura variando questi parametri e prendendo nota dei risultati.

# Analizzare i dati

- 1) Calcolare il valore di  $e/m$  utilizzando le formule ricavate in precedenza
- 2) Valutare le incertezze (“errori massimi”) delle misure di  $B$  (da  $i$ ,  $R$ ,  $d$ ) e di  $V$ ,  $r$ .
- 3) Propagarle per ottenere l’incertezza (“errore massimo”)  $\Delta(e/m)$
- 4) Ottenere il risultato finale della misura  
$$e/m = (e/m)_m \pm \Delta(e/m)$$
- 5) Valutare possibili sorgenti di errori sistematici, per esempio:
  - Velocita` iniziale di emissione degli elettroni dal catodo ? Effetti relativistici ?
  - Disomogeneita` del campo magnetico ? Effetto del campo magnetico terrestre ? Geometria piu` realistica delle bobine ?
  - Errore di parallasse nella misura di  $R$  ?
  - Etc.
- 6) Confrontare il risultato con il valore atteso  
$$e/m = 1.76 \times 10^{11} \text{ A s kg}^{-1}$$

# Scrivere la relazione

- La relazione deve includere:
  1. Una breve introduzione sul metodo di misura, con le principali equazioni tra le grandezze utilizzate e misurate.
  2. Una descrizione sintetica dell'apparato utilizzato, con schema elettrico, lista degli strumenti, campi di misura e sensibilità degli strumenti.
  3. I risultati delle misure, la valutazione delle loro incertezze, e la propagazione all'incertezza di  $e/m$ .
  4. Per quanto possibile, una discussione delle sorgenti di errori sistematici con una valutazione approssimativa dei relativi ordini di grandezza.
  5. Nelle conclusioni, il risultato finale per  $e/m$  con la sua incertezza, il confronto con il valore atteso, ed eventuali indicazioni su modi per ridurre l'incertezza della misura.