Fisica Generale

Prof. L.Lanceri

Settimana 1 - Lezione 2

Grandezze Fisiche e Misura

Grandezze Fisiche e Sistemi di Unità di misura

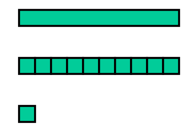
Grandezze fisiche

Definizione "operativa"!

Scelta di un **campione** e dei suoi (sotto) multipli

Procedura sperimentale di **"misura"**

- Criterio operativo di confronto (<, =, >)
- Criterio di somma (+)



$$l = 1\mathrm{m}$$

$$0.1 \times l$$

Misure dirette:

confronto diretto con il campione e suoi multipli e sottomultipli

(Oppure: uso di *strumenti "tarati"* a lettura diretta (analogici o digitali))

Risultato: numero razionale, accompagnato da

- unità di misura
- *incertezza* della misura, eventualmente implicita nel numero di *cifre significative*)

$$L = 3.4\, l = 3.4\,\mathrm{m}$$

Grandezze fisiche

Misure indirette:

- Misure separate di grandezze da cui dipende la grandezza considerata
- Stima del valore da assegnare alla grandezza considerata e propagazione dell'incertezza!

Un esempio: misura di una lunghezza L, percorsa a velocità v costante

- misura del tempo impiegato t e della velocità v, uso della relazione:

$$L = vt$$

- Realizzazione pratica, ad esempio: autostrada con poco traffico, automobile dotata di opzione "cruise" (regolazione automatica della velocità v ad un valore fissato), cronometro per la misura di t.
- Le incertezze nelle misure di v e t determinano (come?) l'incertezza nella misura di L

Sistemi di unità di misura

- *Grandezze fondamentali e derivate*
  - Scelta di un numero minimo di grandezze "fondamentali"
  - Le altre grandezze: "derivate" da quelle fondamentali, cioè:
    - esprimibili in funzione di quelle fondamentali, per mezzo di
      - leggi note, ad esempio: $\vec{F} = m\vec{a}$
      - definizioni , ad esempio: $\vec{a} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} \equiv \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
- *Unità fondamentali e derivate*
  - Stessa classificazione per le unità di misura
- *Sistema Internazionale*
  - Diverse scelte delle grandezze fondamentali: diversi "sistemi di unità di misura"
  - Useremo quasi esclusivamente il "Sistema Internazionale"
  - Per altri sistemi usati in particolari applicazioni: vedi bibliografia (Fazio)

Sistema Internazionale (SI)

- *Grandezze e unità fondamentali*

TABELLA 1.1 Grandezze e unità fondamentali del sistema internazionale (SI)

Grandezza	Simbolo della grandezza	Unità di misura corrispondente	Simbolo della unità di misura
Lunghezza	l	metro	m
Massa	m	chilogrammo-massa	kg
Intervallo di tempo	t	secondo	s
Temperatura assoluta	T	grado Kelvin	K
Intensità luminosa	I	candela	cd
Intensità di corrente elettrica	i	ampère	A

Sistema Internazionale (SI)

- *Prefissi usati per sottomultipli e multipli*

TABELLA 1.2 **Prefissi usati per ottenere i sottomultipli e i multipli di una unità di misura**

Prefisso	Valore	Simbolo	Esempi
deci	10^{-1}	d	dm (decimetro); dg (decigrammo)
centi	10^{-2}	c	cm (centimetro); cP (centipoise)
milli	10^{-3}	m	mm (millimetro); mA (milliampère)
micro	10^{-6}	μ	μm (micrometro); μV (microvolt)
nano	10^{-9}	n	nm (nanometro); ns (nanosecondo)
pico	10^{-12}	p	pH (picohenry)
deca	10	D	Dm (decàmetro)
etto	10^{2}	h	hg (ettogrammo)
chilo	10^{3}	k	kg (chilogrammo); kW (chilowatt)
mega	10^{6}	M	MW (megawatt); MHz (megahertz)
giga	10^{9}	G	GW (gigawatt); Ghz (gigahertz)
tera	10^{12}	T	THz (terahertz)

SI - lunghezza

Unità: metro (m)

È la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo temporale di
1/(299 792 458) secondi

Metodi di misura

Misura diretta con regolo;

metodi indiretti, basati sulla geometria tridimensionale euclidea

Grandezza	*Lunghezza* (m)
	??
Limite dell'Universo	$\sim 10^{26}$
Distanza dalla galassia di Andromeda	$2{,}1 \cdot 10^{22}$
Raggio della nostra galassia	$6 \cdot 10^{19}$
Distanza dalla stella più vicina	$4 \cdot 10^{16}$
Anno luce	$9{,}5 \cdot 10^{15}$
Distanza Terra-Sole	$1{,}5 \cdot 10^{11}$
Distanza Terra-Luna	$3{,}8 \cdot 10^{8}$
Diametro orbite satelliti artificiali	$\sim 10^{6}$
Altezza di una torre	10^{2}
Altezza di un bambino	1
Dimensione di pulviscolo	10^{-4}
Dimensione di un virus	$\sim 10^{-7}$
Raggio atomico	$5 \cdot 10^{-11}$
Diametro del protone	$2 \cdot 10^{-15}$
Diametro di un elettrone	$< 10^{-18}$
	??

SI - massa

Unità: kilogrammo (kg)

È la massa del campione di platino-iridio, conservato nei laboratori del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) a Sèvres (Parigi)

Metodi di misura

Confronto diretto con campione: bilancia a due bracci, utilizza l'attrazione gravitazionale della Terra (*massa gravitazionale*)

Metodi indiretti, basati sul Secondo Principio della Dinamica (*massa inerziale*)

(il rapporto esistente tra massa inerziale e massa gravitazionale sarà discusso in seguito)

Grandezza	*Massa* (kg)
	??
Universo osservabile	$\sim 10^{55}$
Una galassia	10^{41}
Sole	$2 \cdot 10^{30}$
Giove	$1{,}9 \cdot 10^{27}$
Terra	$6 \cdot 10^{24}$
Luna	$7{,}4 \cdot 10^{22}$
Transatlantico	$7 \cdot 10^{7}$
Elefante	$4{,}5 \cdot 10^{3}$
Automobile	$1{,}5 \cdot 10^{3}$
Uomo	$7 \cdot 10$
Matita	$2 \cdot 10^{-2}$
Goccia di pioggia	$2 \cdot 10^{-6}$
Granello di polvere	10^{-10}
Virus	$\sim 10^{-14}$
Molecola di penicillina	$5 \cdot 10^{-17}$
Atomo di idrogeno	$1{,}7 \cdot 10^{-27}$
Elettrone	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$
	??

SI - tempo

Unità: Secondo (s)

Tempo richiesto per 9 192 631 770 oscillazioni della radiazione non perturbata, emessa dall'atomo di ^{133}Cs nello stato fondamentale $^2S_{1/2}$ nella transizione dal livello iperfine (F=4,M=0) al livello iperfine (F=3,M=0)

Metodi di misura

Basati su *orologi* (fenomeni periodici) e sul concetto di *simultaneità*

Grandezza	Tempo (s)
	??
Età dell'Universo	$\sim 5 \cdot 10^{17}$
Comparsa dell'uomo sulla Terra	10^{14}
Durata della vita umana	$2 \cdot 10^{9}$
Rivoluzione della Terra (un anno)	$3.2 \cdot 10^{7}$
Durata di un giorno	$8.6 \cdot 10^{4}$
Tempo impiegato dalla luce per il tragitto Sole-Terra	$5 \cdot 10^{2}$
Battito cardiaco normale	$8 \cdot 10^{-1}$
Periodo di un'onda sonora	$2 \cdot 10^{-3}$
Periodo di un'onda radio	$\sim 10^{-6}$
Periodo delle rotazioni molecolari	10^{-12}
Periodo di vibrazioni atomiche	10^{-15}
Periodo della radiazione X	$\sim 3 \cdot 10^{-19}$
Tempo di attraversamento di un protone da parte della luce	10^{-23}
Tempo di attraversamento di un elettrone da parte della luce	$< 10^{-26}$
	??

Conversione di unità di misura

Le eguaglianze ed equazioni in fisica:

$10 = 36$ *No !*

$10\ m/s = 10 \times (10^{-3}\ km)/((3.6 \times 10^{3})^{-1}\ h) = 36\ km/h$

Sì! (unita` di misura!)

Fattori di conversione: facili da ricavare algebricamente

$1\ m/s = 3.6\ km/h$

"Dimensioni": esempio: superfici e lunghezze

Rettangolo: $S = 1 \times$ (lato minore) $\times$ (lato maggiore)

Triangolo: $S = 1/2 \times$ (base) $\times$ (altezza)

Cerchio: $S = \pi \times$ (raggio) $\times$ (raggio)

$[\ S\ ] = [\ L^2\ ]$

Analisi Dimensionale

Analisi dimensionale

- ***Dimensioni di una grandezza fisica in un dato sistema di unità di misura (dipendono dalla scelta delle grandezze fondamentali!)***
  - Nel S.I., limitatamente alle grandezze meccaniche, la generica grandezza fisica "derivata" G sarà esprimibile attraverso potenze α, β, γ (dette "dimensioni" di G) delle grandezze fondamentali lunghezza L, massa M e tempo T; in simboli:

$$[G] = [L^{\alpha}\ M^{\beta}\ T^{\gamma}]$$

  - Esempi: velocità v, accelerazione a, forza F:

$$[v] = [L^{1}\ M^{0}\ T^{-1}] = [L^{1}\ T^{-1}]$$
$$[a] = [L^{1}\ M^{0}\ T^{-2}] = [L^{1}\ T^{-2}]$$
$$[F] = [L^{1}\ M^{1}\ T^{-2}]$$

Criterio di omogeneità dimensionale

- ***Nelle equazioni della fisica:***
  - i due membri rappresentano grandezze fisiche che devono avere le stesse dimensioni
  - L'omogeneità dimensionale è condizione necessaria, non sufficiente per la validità delle equazioni

$$G_1 = G_2 \Rightarrow [G_1] = \left[L^{\alpha_1}\ M^{\beta_1}\ T^{\gamma_1}\right] = [G_2] = \left[L^{\alpha_2}\ M^{\beta_2}\ T^{\gamma_2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2\ ,\ \beta_1 = \beta_2\ ,\ \gamma_1 = \gamma_2$$

Omogeneità dimensionale: esempi

Tra le due equazioni seguenti per la legge oraria di un moto uniformemente accelerato (accelerazione a), una è sicuramente sbagliata: quale?

$$s = \frac{1}{2}at$$

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Risposta: la prima è sicuramente sbagliata, la seconda (corretta) potrebbe differire da quella corretta al più per una costante adimensionale. Infatti, confrontando le dimensioni dei due membri:

$$[s]=[L]=\left[L^1M^0T^0\right]\neq\left[\frac{1}{2}at\right]=\left[L^1T^{-2}T^1\right]=\left[L^1M^0T^{-1}\right]$$ Dimensioni diverse!

$$[s]=[L]=\left[L^1M^0T^0\right]=\left[\frac{1}{2}at^2\right]=\left[L^1T^{-2}T^{-2}\right]=\left[L^1M^0T^0\right]$$ Dimensioni uguali

Grandezze a-dimensionali

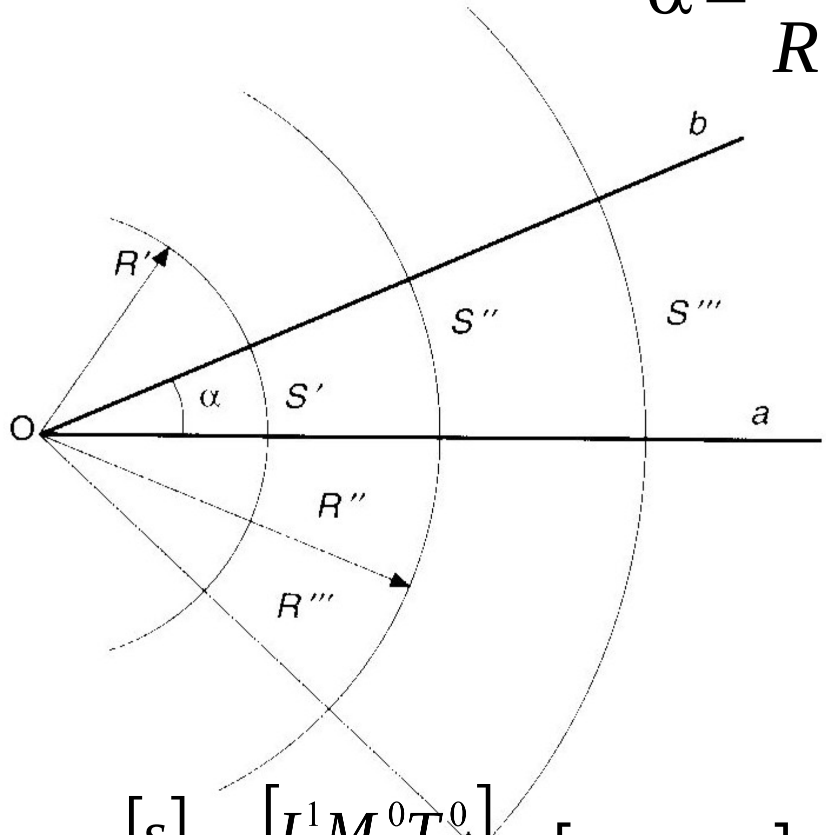
- ***Angolo***
  - Unità: radiante

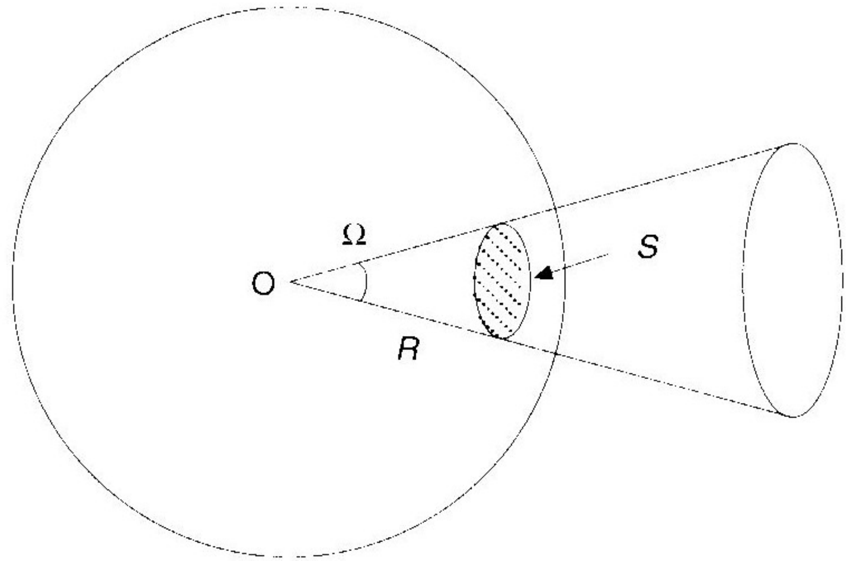
$$\alpha = \frac{s}{R}$$

angolo solido

Unità: steradiante

$$\Omega = \frac{S}{R^2}$$





$$[\alpha] = \frac{[s]}{[R]} = \frac{[L^1 M^0 T^0]}{[L^1 M^0 T^0]} = [L^0 M^0 T^0]$$

$$[\Omega] = \frac{[S]}{[R^2]} = \frac{[L^2 M^0 T^0]}{[L^2 M^0 T^0]} = [L^0 M^0 T^0]$$

Grandezze a-dimensionali

Argomenti delle funzioni trascendenti

- Funzioni trigonometriche, esponenziale, logaritmo,...: sono approssimabili con polinomi (somme di termini con potenze crescenti): per il criterio di omogeneità dimensionale, l'argomento dev'essere a-dimensionale!!!

$$\sin x \cong x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \qquad \cos x \cong 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$e^x \cong 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

Esempio: legge oraria di un moto oscillatorio:

$$x(t) = \cos t \qquad \text{NO !!!}$$

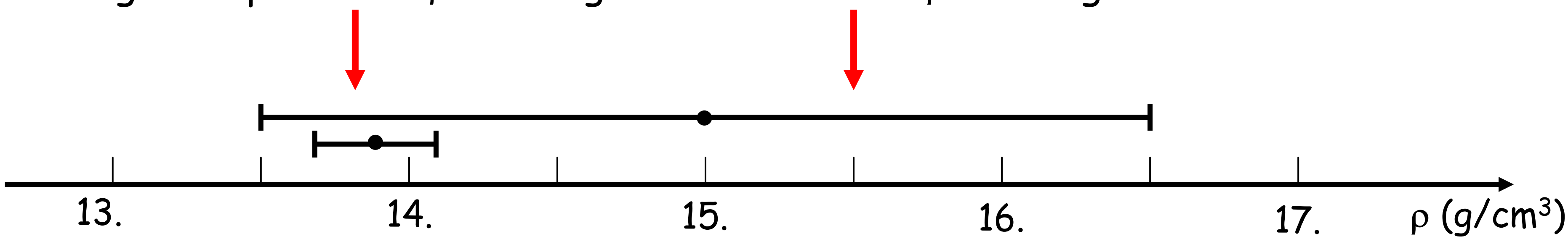
$$x(t) = A\cos(\omega t) \qquad \text{OK, se :}$$

$$[\mathrm{A}] = [x] = [L], \quad [\omega] = \left[T^{-1}\right] \Rightarrow [\omega t] = \left[T^{-1}T^{1}\right] = \left[L^0 M^0 T^0\right]$$

Incertezze o "errori" di misura

Perche` stimare le incertezze ?

- *Esempio 1: una misura di g*
  - Dalle oscillazioni di un pendolo: $g = 9.70\ m/s^2$ (valore accettato: 9.81)
    - E` una buona misura, anche se non molto precisa ? $\delta g = \pm 0.15 m/s^2$
    - E` una scoperta storica (quinta forza? anti-gravita`?) ? $\delta g = \pm 0.01 m/s^2$
- *Esempio 2: una misura di densita`*
  - Lega non preziosa: $\rho = 13.8\ g/cm^3$ Oro: $\rho = 15.5\ g/cm^3$



  - I esperto: misura 15 g/cm^3, intervallo di confidenza da 13.5 a 16.5 g/cm^3
  - II esperto: misura 13.9 g/cm^3, intervallo di confidenza da 13.7 a 14.1 g/cm^3
    - Le due misure sono compatibili l'una con l'altra ?
    - L'oggetto considerato e` prezioso o di valore trascurabile ? (cioe`: la densita` e` compatibile o no con quella nota dell'oro?)

Errori "accidentali" e "sistematici"

Errori "accidentali" o "statistici" ("precisione" della misura)

- Dovuti al concorso di un insieme di piccole perturbazioni non prevedibili e non controllabili, in parte positive e in parte negative

- possono essere analizzati con metodi statistici generali a partire dai risultati di misure ripetute

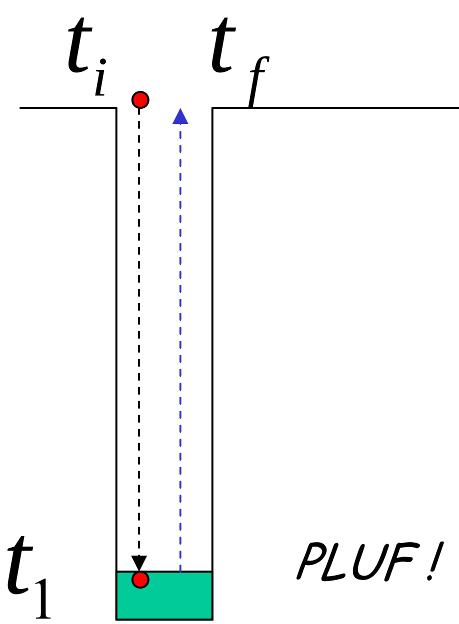
Errori "sistematici" ("accuratezza" della misura)

- Si ripresentano in misure ripetute con il medesimo valore e segno: perturbano il risultato sempre nello stesso verso (sempre in eccesso o sempre in difetto)

- non esistono regole generali: vanno individuati e ove possibile corretti caso per caso, attraverso una attenta analisi delle condizioni ambientali, del metodo di misura e delle caratteristiche della strumentazione

Errore sistematico: un esempio

- ***Misura indiretta della profondità h di un pozzo***
  - Profondità *h* dalla misura del tempo *t* impiegato da un sasso ad arrivare in fondo al pozzo
  - Tempo *t* (e quindi *h*) sovrastimato sistematicamente se:
    - "start" = istante t_i in cui il sasso viene lasciato cadere
    - "stop" = istante t_f in cui arriva in superficie il suono (PLUF !)



$$t_i = 0.0\,\mathrm{s}; \qquad t_f = 2.5\,\mathrm{s}$$

$$h = \frac{1}{2} g (t_f - t_i)^2 \approx 31\,\mathrm{m}$$

Il tempo impiegato dal suono per percorrere 31m
Dal fondo ($t=t_1$) alla superficie ($t=t_f$) è all'incirca:

$$\delta t = t_f - t_1 \cong \frac{31\,\mathrm{m}}{330\,\mathrm{m/s}} = 0.1\,\mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta t}{t_f - t_i} = \frac{0.1}{2.5} = 0.04 = 4\%$$

Di quanto si sovrastima *h* se *t* è sovrastimato del 4% ?

Un bravo sperimentatore…

- Adotta strumenti e procedure che forniscano la **precisione** richiesta (cioè **l'errore statistico** richiesto)

- Si assicura che, fatte le opportune correzioni per gli effetti sistematici noti, il residuo errore sistematico sia inferiore a quello statistico: solo allora la misura potrà dirsi sufficientemente **accurata**

• ***Discuteremo in seguito metodi per stimare le incertezze di misura; per ora ci limitiamo a qualche regola sulla rappresentazione implicita delle incertezze, per mezzo delle "cifre significative", di cui avremo bisogno subito***

Come rappresentare le incertezze?

- ***La Migliore Stima*** (x_m) $\pm$ ***Incertezza*** (δx)

$$\boxed{x = x_m \pm \delta x}$$

- ***L'intervallo*** $(x_m - \delta x,\ x_m + \delta x)$ ***esprime:***
  - la confidenza dello sperimentatore nel fatto che il valore "vero" della grandezza misurata sia compreso nell'intervallo (o piuttosto: le aspettative sui risultati di future misure di precisione comparabile)
    - In misure semplici: la stima prudenziale ("errore massimo") corrisponde in pratica alla "certezza" che la grandezza misurata sia compresa nell'intervallo dichiarato
    - In misure piu` raffinate (p.es. ripetute): all'intervallo viene associato un contenuto di "probabilita`", che discuteremo in seguito

Cifre significative

- ***Regola per le incertezze***
  - Le incertezze di misura dovrebbero (quasi) sempre essere arrotondate ad una cifra significativa
  - (Possibile eccezione se l'incertezza ha come prima cifra significativa 1 o 2)

$g = 9.82 \pm 0.023\cancel{85}$ m/s^2 $\Rightarrow$ $g = 9.82 \pm 0.02$ m/s^2

(oppure: $g = 9.820 \pm 0.024$ m/s^2)

- ***Regola per la miglior stima (valore centrale)***
  - L'ultima cifra significativa nella migliore stima di un risultato sperimentale dovrebbe essere dello stesso ordine di grandezza (cioe\` nella stessa posizione decimale) dell'incertezza corrispondente

$v = 6051.\cancel{78} \pm 31$ m/s $\Rightarrow$ $v = 6050 \pm 30$ m/s

(oppure: $v = 6052 \pm 31$ m/s)

Cifre significative – regole di calcolo

- ***Somme e sottrazioni***
  - Nel risultato compaiono solo le cifre nelle posizioni decimali in cui entrambi gli operandi hanno cifre; ad esempio:

$$5.2+3.1=8.3 \quad 6.843+1.2=8.0 \quad 6.843+0.001=6.844$$

$$5\times10^2-4=5\times10^2 \quad 5.00\times10^2-4=4.96\times10^2$$

- ***Prodotti e quozienti***
  - Il risultato ha lo stesso numero di cifre significative dell'operando che ne ha di meno; ad esempio:

$$5.2\times3.1=16. \quad 5.243\times3.1=16. \quad 5.243\times0.0031=0.016$$

$$\frac{37}{9}=4 \quad \frac{37}{9.1}=4.1$$

- ***Conviene usare la notazione scientifica, non ambigua***

$$500 \quad ?(1\text{ o }3\text{ cifre signif.?}) \quad 5\times10^2\ (1\text{ cifra signif.}) \quad 5.00\times10^2\ (3\text{ cifre signif.})$$

Errori assoluti e relativi

- *Errore (incertezza) assoluto*
  - Def. $\varepsilon_a = |\delta x|$
  - Esempio $\delta x = 2$ mm $\Rightarrow$ $\varepsilon_a = 2$ mm
- *Errore relativo* (adimensionale!)
  - Def. $\varepsilon_r = |\delta x|/|x_m|$
  - Esempio $x_m = 1.327$ m $\Rightarrow$ $\varepsilon_r = 1.5 \times 10^{-3}$
- *Errore percentuale* (adimensionale!)
  - Def. $\varepsilon_{\%} = 100 \times |\delta x|/|x_m|$ (%)
  - esempio $\Rightarrow$ $\varepsilon_{\%} = 0.15$ %

NB: spesso l'errore relativo è quello che conta