

Teoria della probabilità

Funzione di distribuzione e distribuzione di probabilità per una variabile casuale. Valore di aspettazione, varianza, deviazione standard; disuguaglianza di Chebichev (dimostrazione). Funzione cumulativa, funzione di distribuzione della funzione cumulativa $F(x)$ con x casuale. Funzione Erf.

Funzione generatrice dei momenti algebrici e centrali; funzione caratteristica. Significato dei momenti: normalizzazione, valore di aspettazione, varianza, asimmetria, curtosi. Esempi: distribuzione uniforme, distribuzione binomiale, funzione di distribuzione di Gauss.

Distribuzione di Poisson. Funzione di distribuzione esponenziale. Funzione di distribuzione di χ^2 , funzione cumulativa e uso delle tabelle. Funzione di distribuzione di Cauchy.

Più variabili casuali: densità di probabilità congiunta o composta; normalizzazione, valori di aspettazione, varianze; funzioni di distribuzione marginale e condizionata. Variabili casuali indipendenti; covarianza e coefficiente di correlazione; matrice delle covarianze. Errori sistematici e correlazione tra le misure.

Distribuzione multinomiale. Funzione di distribuzione multinormale: ellissi di confidenza e distribuzione di χ^2 , retta di regressione, probabilità condizionata.

Funzione generatrice dei momenti congiunta.

Funzioni di una e più variabili casuali: funzione di distribuzione; caso della somma di due variabili.

Campione e funzioni del campione; la media aritmetica: valore di aspettazione e varianza. Legge dei grandi numeri e teorema del limite centrale (dimostrazioni). Somma dei quadrati di variabili casuali e funzione di distribuzione di χ^2 . Somma dei quadrati degli scarti dal valore di aspettazione e dalla media del campione. Distribuzione del modulo di un vettore e distribuzione delle velocità molecolari.

Introduzione all'inferenza statistica.

Test d'ipotesi: ipotesi statistica, test parametrici e non parametrici; statistica di test, ipotesi nulla e ipotesi alternativa; regione critica, livello di significatività; errori di primo e secondo tipo. Esempi di test: scarto dalla media, media, varianza. Test a una e due code. Test di χ^2 e di Pearson. Cenni a test del segno e test di indipendenza.

Stima dei parametri: stimatore, stima, likelihood. Stimatori consistenti, unbiased, centrati, efficienti. Varianza minima e disuguaglianza di Cramer-Rao; Esempi: valore di aspettazione e varianza.

Metodo della massima verosimiglianza: principio; esempi; proprietà delle stime, loro varianza e covarianza. Metodo grafico. Binned maximum likelihood.

Metodo dei minimi quadrati: principio e proprietà delle stime. Metodo dei minimi quadrati lineare: stima dei parametri di una relazione lineare e soluzione analitica generale; varianze e covarianze. Espressione generale della forma quadratica. Soluzione numerica.

Esercitazioni

- analisi dei dati e simulazione di un esperimento con misura di due grandezze fisiche: implementazione del metodo dei minimi quadrati per la stima dei parametri e verifica grafica della soluzione; generazione di numeri con distribuzione uniforme e di Gauss; istogrammi; simulazione di un numero elevato di esperimenti; verifica della distribuzione delle stime dei parametri; test d'ipotesi e distribuzione della statistica di test
- distribuzioni dei conteggi e dei tempi di attesa: raggi cosmici e loro rivelazione; analisi dei dati
- analisi statistica dei dati di un esperimento a scelta