Esercitazione di Laboratorio nr 2, 21 ottobre 2024

Studio delle caratteristiche della funzione di distribuzione binormale nel caso di variabili indipendenti e correlate

Parte 1

a. Generare $N = 50000$ coppie di valori (r_{1i}, r_{2i}) con distribuzione normale standard dai quali ottenere i valori

$$x_{1i} = 2\, r_{1i} + 1$$

$$x_{2i} = r_{2i} + 1$$

b. Calcolare le funzioni di distribuzione di x_1 e x_2 e confrontarle con gli istogrammi dei valori generati[1]. Calcolare anche il coefficiente di correlazione $\rho_{x_1 x_2}$ e scrivere la matrice delle covarianze V.

c. Riempire uno "scatter-plot" con le N coppie di valori (x_{1i}, x_{2i}) e con le N' coppie che soddisfano la condizione $Q_i^2 = (\vec{x}_i - \vec{\mu}_i)^T V^{-1} (\vec{x}_i - \vec{\mu}_i) \leq 1.$, dove $(\vec{x}_i - \vec{\mu}_i)^T = (x_{1i} - \mu_1, x_{2i} - \mu_2)$. Verificare che il rapporto N'/N sia in accordo con quanto atteso. Verificare che anche il rapporto N''/N, con N'' numero di coppie all'interno del rettangolo di lati $2\sigma_i$ centrato nei valori di aspettazione, sia in accordo con quanto atteso.

d. Calcolare le funzioni di distribuzione condizionate di x_1 con $x_2 = \mu_2$ e con $x_2 = \mu_2 + \sigma_2$ e confrontare con gli istogrammi dei valori x_{1i} con

$$\mu_2 - 0.1\,\sigma_2 < x_{2i} < \mu_2 + 0.1\,\sigma_2 \quad \text{e con} \quad \mu_2 + 0.9\,\sigma_2 < x_{2i} < \mu_2 + 1.1\,\sigma_2$$

rispettivamente.

Parte 2

Ripetere tutti i punti precedenti con

$$x_{1i} = 2\, r_{1i} + 1$$

$$x_{2i} = r_{2i} + a\, r_{1i} + 1, \quad a = 1$$

Facoltativo: ripetere per valori di a molto diversi, ad esempio 20, o negativi.

---

[1] Scala consigliata: $(\mu - 4\sigma, \mu + 4\sigma)$ circa!