laboratorio di fisica nucleare e subnucleare

misura della vita media dei muoni

a.a. 2024-2025

16 dicembre 2024

1. circuito e sistema di acquisizione

2. calibrazioni e controlli sui dati

3. analisi dei dati

soprattutto suggerimenti
conbtrollate e fate scelte

1. circuito e sistema di acquisizione

vogliamo misurare tempi da 0 a 12 (1) μs (TDC) e 25 o 40 μs (scala)

- tempi da 15 a 25 o 40 μs per misurare il fondo
- tempi da 0 a ~10 μs per misura della vita media

bisogna

- evitare di avere ulteriori START prima di aver letto TDC e scala
- leggere quando anche la scala ha finito di misurare

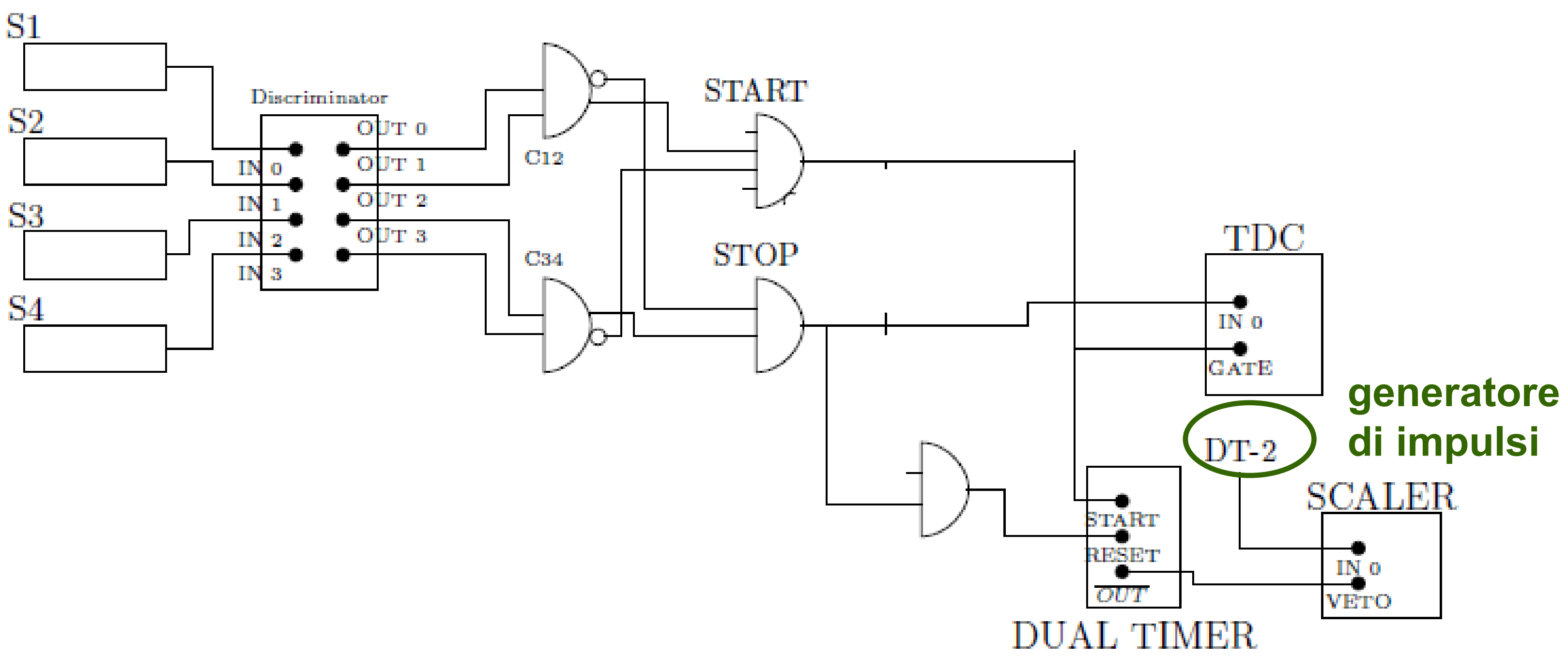
  aggiungere uno STOP artificiale dopo 25-40 μs che fermi la misura anche se non arriva uno STOP "vero"

circuito e programmma di acquisizione simile a quello usato per afterpulse

STOP

1. circuito e sistema di acquisizione

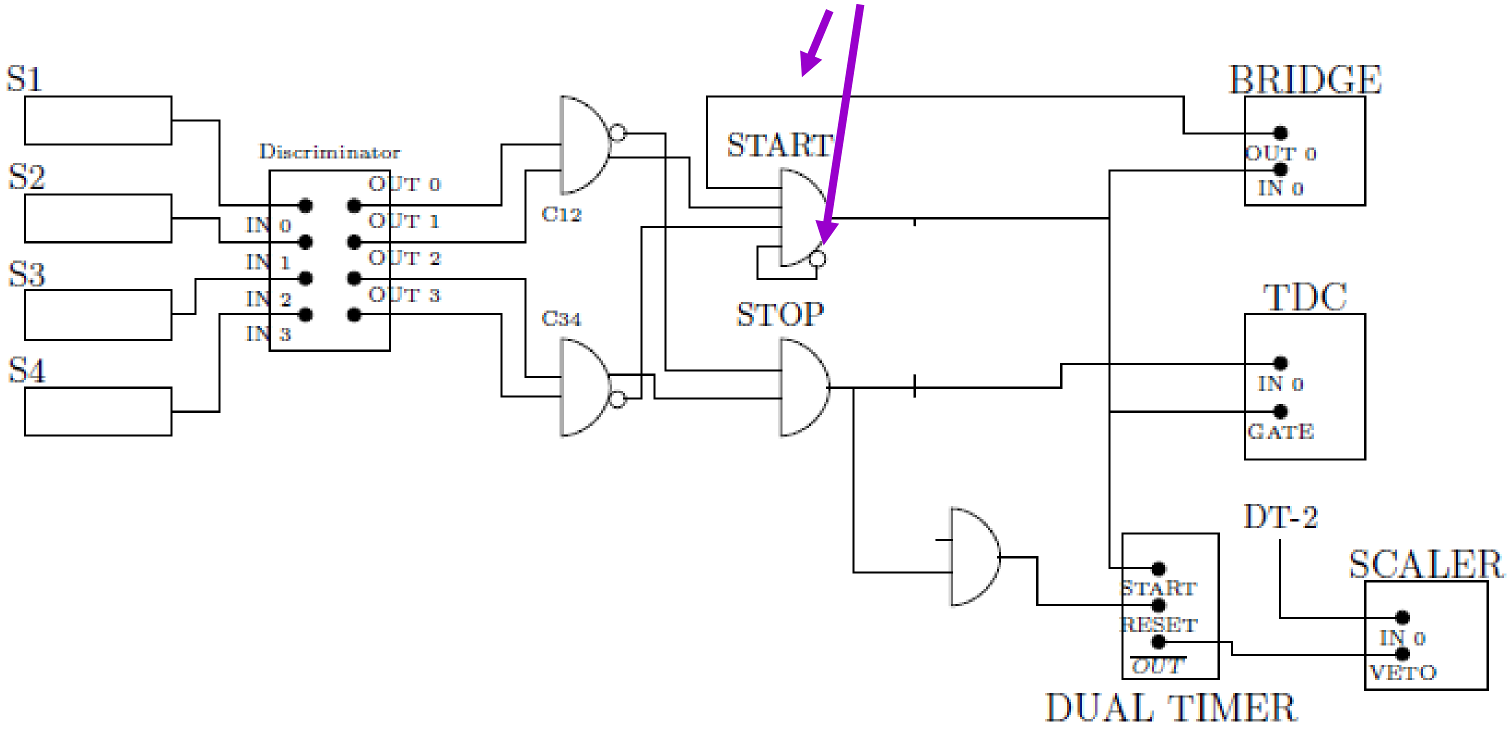
esempio di circuito utilizzato negli anni precedenti
con STOP solo S3S4



1. circuito e sistema di acquisizione

esempio di circuito utilizzato negli anni precedenti

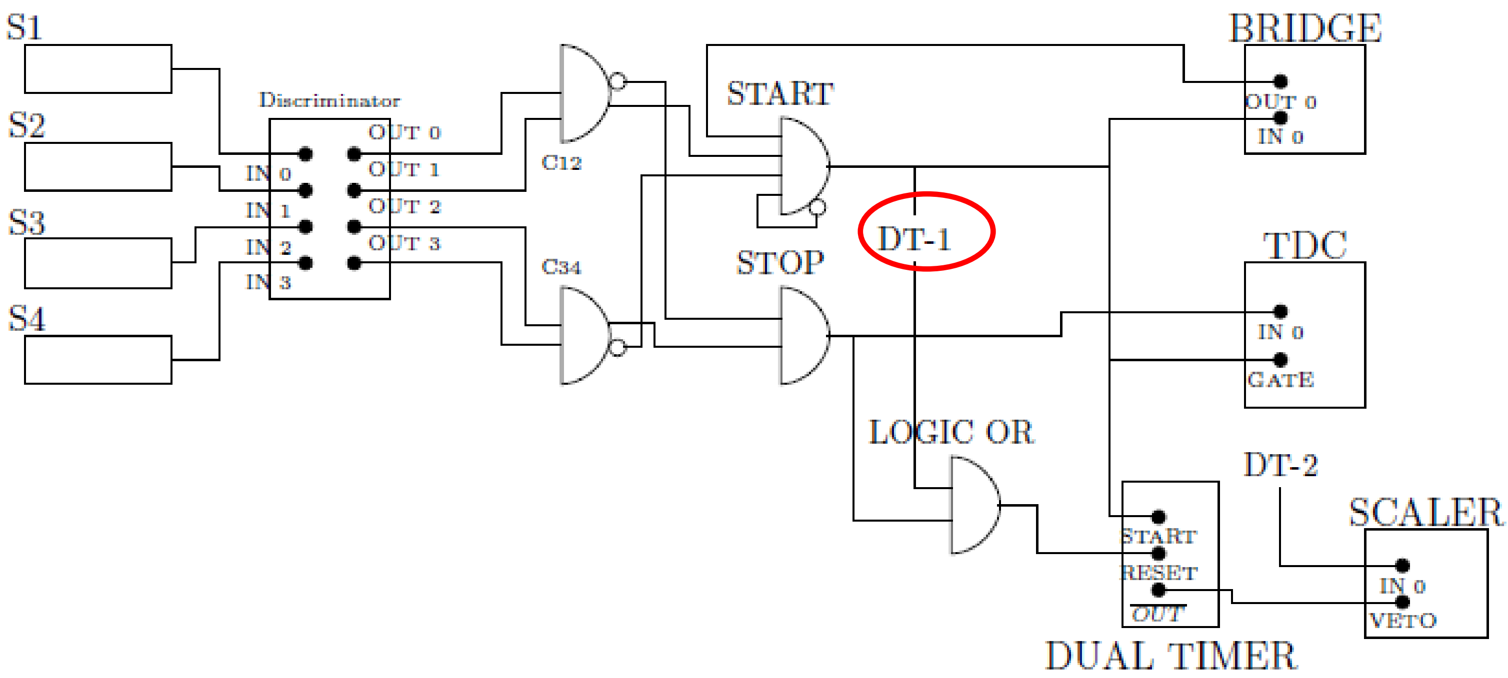
per evitare di avere ulteriori START prima di aver letto TDC e scala; basta?



1. circuito e sistema di acquisizione

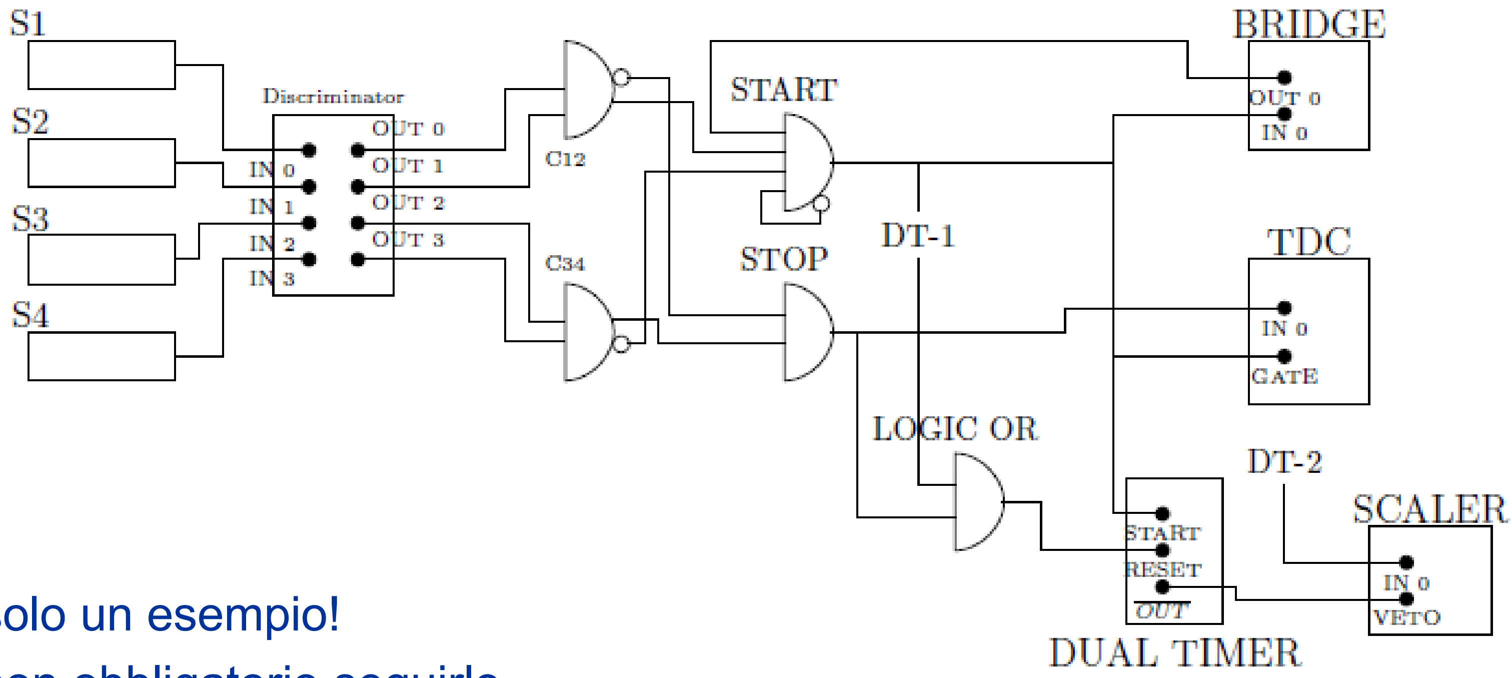
esempio di circuito utilizzato negli anni precedenti

STOP artificiale
em dopo 25 o 40 μs



1. circuito e sistema di acquisizione

esempio di circuito utilizzato negli anni precedenti



solo un esempio!

non obbligatorio seguirlo

2. calibrazioni e controlli sui dati

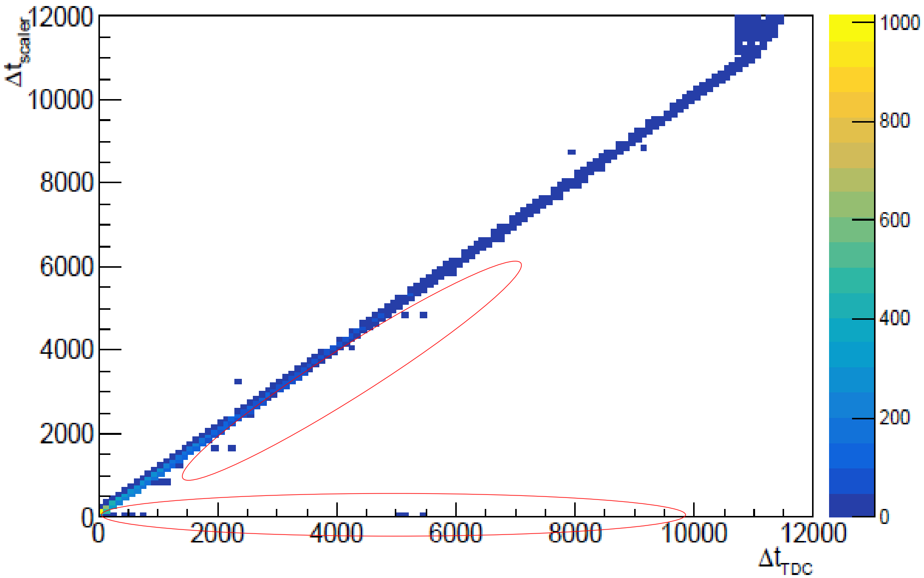
calibrazioni

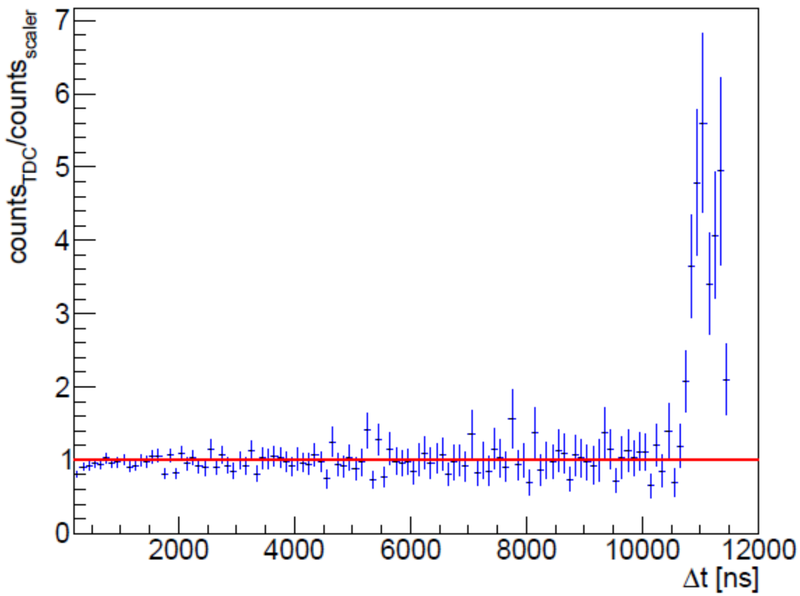
- da canale TDC e conteggio scala a tempo
- misura del tempo “zero” e sincronizzazione TDC scala:
  canale e conteggio corrispondente a un ritardo noto (ad es $200\ ns$) tra START e STOP

all’inizio, durante e alla fine della presa dati

- verifica rates:
  - START (STOP) totali per unita’ di tempo
  - STOP < $10\ \mu s$ per unita’ di tempo (decadimenti)
    e confronto con aspettative
  - stabilita’
- controllo che nel range di sovrapposizione scala e TDC misurino lo stesso tempo

2. calibrazioni e controlli sui dati

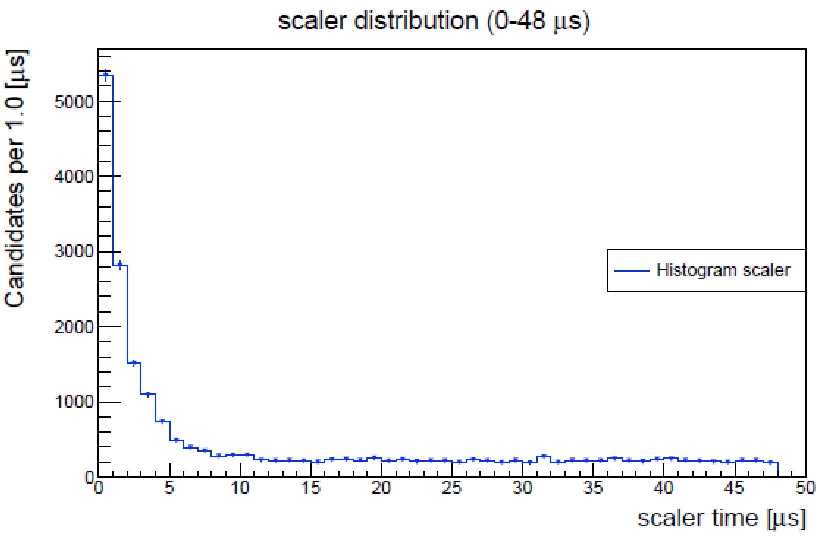


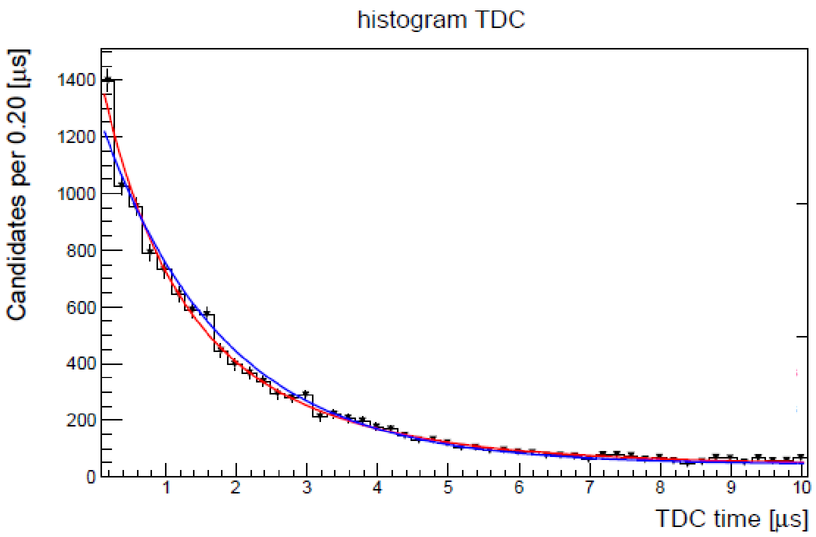


- controllo che nel range di sovrapposizione scala e TDC misurino lo stesso tempo

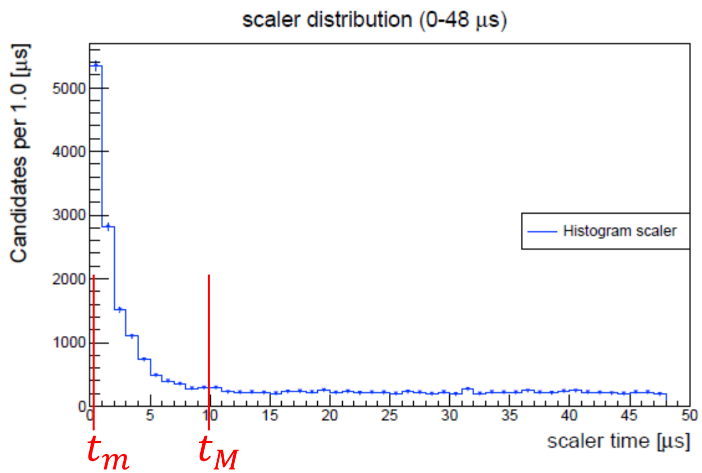
2. calibrazioni e controlli sui dati

distribuzioni in funzione del tempo





3. analisi dati
funzione di distribuzione



tre contributi in (t_m, t_M) $t_m \sim 0.1\ \mu s,\ t_M \sim 10\ \mu s$

1. decadimenti μ^+

$$f_{\mu+}(t) = e^{-\Lambda_0 t}\ \Lambda_0 = \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0}$$

2. decadimenti μ^-

$$f_{\mu-}(t) = e^{-\Lambda_C t}\ \Lambda_0 = \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-}$$

segnale:

$$f_S(t) = \frac{1}{C}\left\{\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-}\right\}, \qquad r = \frac{N_{\mu-}}{N_{\mu+}}$$

$$\mathrm{C} = \int_{t_m}^{t_M} \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-}$$

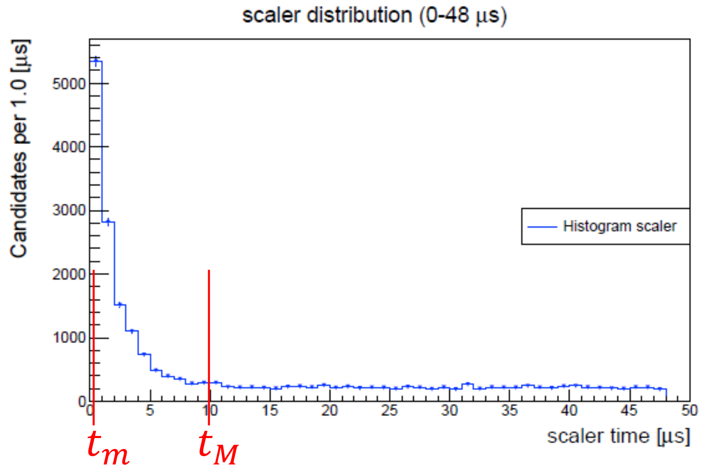
3. fondo costante

$$f_B(t) = \frac{1}{t_M - t_m}$$

3. analisi dati
funzione di distribuzione

$$f_S(t) = \frac{1}{C}\left\{\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-}\right\},$$

$$f_B(t) = \frac{1}{t_M - t_m}$$



percentuale di eventi di segnale in (t_m, t_M)

$$\alpha = \frac{N_S}{N_{tot}} = \frac{N_{tot} - N_B}{N_{tot}}$$

N_{tot} = numero totale di eventi in (t_m, t_M)

percentuale di eventi di fondo in (t_m, t_M)

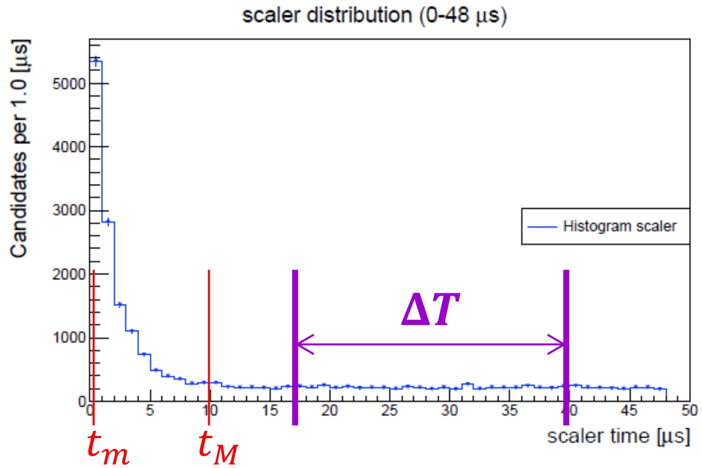
$$1 - \alpha = \frac{N_B}{N_{tot}}$$

quindi

$$f(t) = \alpha\frac{1}{C}\left\{\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-}\right\} + (1-\alpha)\frac{1}{t_M - t_m}$$

3. analisi dati
funzione di distribuzione

$$f(t) = \alpha \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-} \right\}$$
$$+ (1-\alpha) \frac{1}{t_M - t_m}$$



4 parametri da stimare: $\tau_0,\ \tau^-, r,\ \alpha$

semplificiamo: τ_0 da PDG, α da misure a tempi lunghi con la scala

$$\alpha = \frac{N_S}{N_{tot}} = \frac{N_{tot} - N_B}{N_{tot}}$$

n_B = numero totale di eventi in ΔT

N_B = numero totale di eventi in $(t_m, t_M) = \dfrac{n_B}{\Delta T}(t_M - t_m)$

importanza della misura con la scala

3. analisi dati
stima parametri

$$f\,(t) = \alpha\frac{1}{C}\left\{\frac{1}{\tau_0}e^{-t/\tau_0} + r\frac{1}{\tau_0}e^{-t/\tau^-}\right\} + (1-\alpha)\frac{1}{t_M - t_m}$$

due parametri da stimare: τ^-, r

alternative? dubbi?
vedi dopo, MC

(alcuni) possibili metodi:

1. massimizzare $lnL(\tau^-, r) = \prod_{i=1}^{N_{tot}} f(t_i; \tau^-, r)$ (UML)

2. massimizzare $lnL'(\tau^-, r) = \frac{N_{tot}}{n_1! \cdots n_m!}\prod_{j=1}^{m} p_j^{n_j}(\tau^-, r)$ (multinomiale, BML) $p_j = \int_{\Delta t_j} f(t)$

3. minimizzare $X^2 = \sum_{j=1}^{m}\frac{\left(n_j - \mu_j\right)^2}{\mu_j}$ $\mu_j = N_{tot}p_j$ (LSM)

3. analisi dati
stima parametri

- rivedere teoria
- per 2 e 3
  - numero minimo di eventi nei bin?
  - sfruttare sensibilita' degli strumenti
  - sensibiita' al numero di bin?
- per 3, sostituire μ_j con n_j?
- …
- stime compatibili?
- ….

$$\boldsymbol{f\,(t) = \alpha \frac{1}{C}\left\{\frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r \frac{1}{\tau_0}\right.}$$

due parametri da stimare: τ^-, r

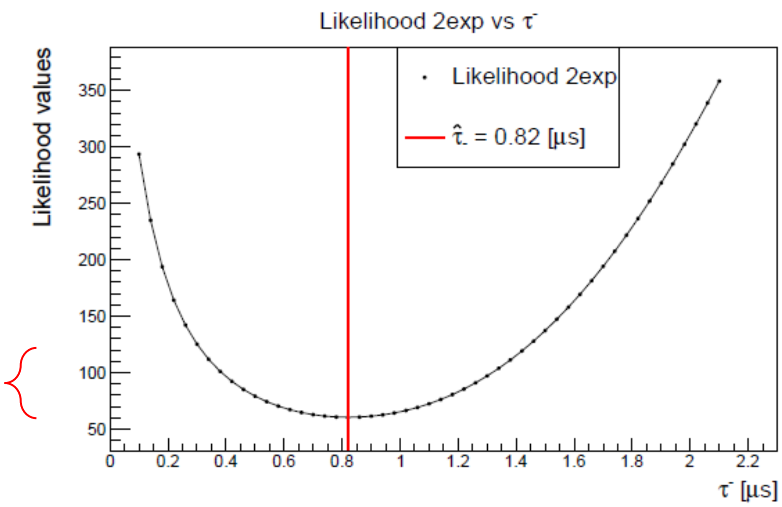
(alcuni) possibili metodi:

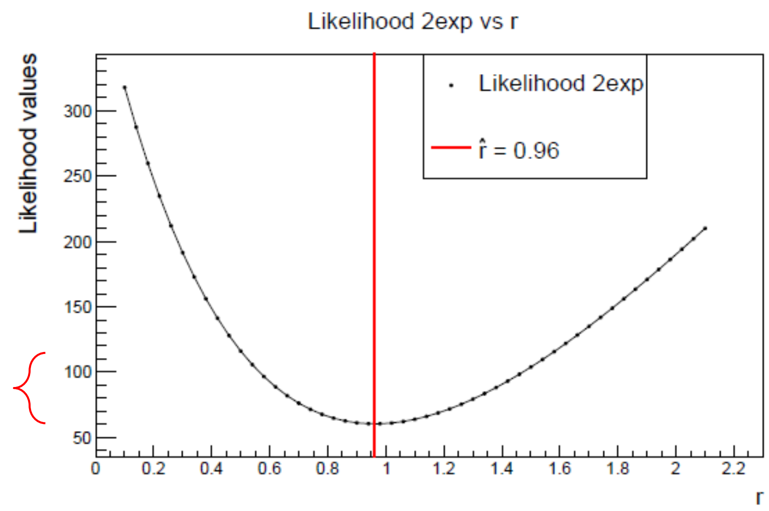
1. massimizzare $lnL(\tau^-, r) = \prod_{i=1}^{N_{tot}} f(t_i; \tau^-, r)$ (UML)
2. massimizzare $lnL'(\tau^-, r) = \frac{N_{tot}}{n_1! \cdots n_m!} \prod_{j=1}^{m} p_j^{n_j}(\tau^-, r)$ (multinomiale, BML) $p_j = \int_{\Delta t_j} f(t)$
3. minimizzare $X^2 = \sum_{j=1}^{m} \frac{\left(n_j - \mu_j\right)^2}{\mu_j}$ $\mu_j = N_{tot} p_j$ (LSM)

3. analisi dati
stima parametri

massimizzare lnL o lnL' o minimizzare X^2 numericamente nel piano τ^-, r

verificare andamento ~parabolico di lnL o lnL' o X^2 vs $\tau^-(r)$ per $r = \hat{r}$ $(\tau^- = \widehat{\tau^-})$ in una scala opportuna



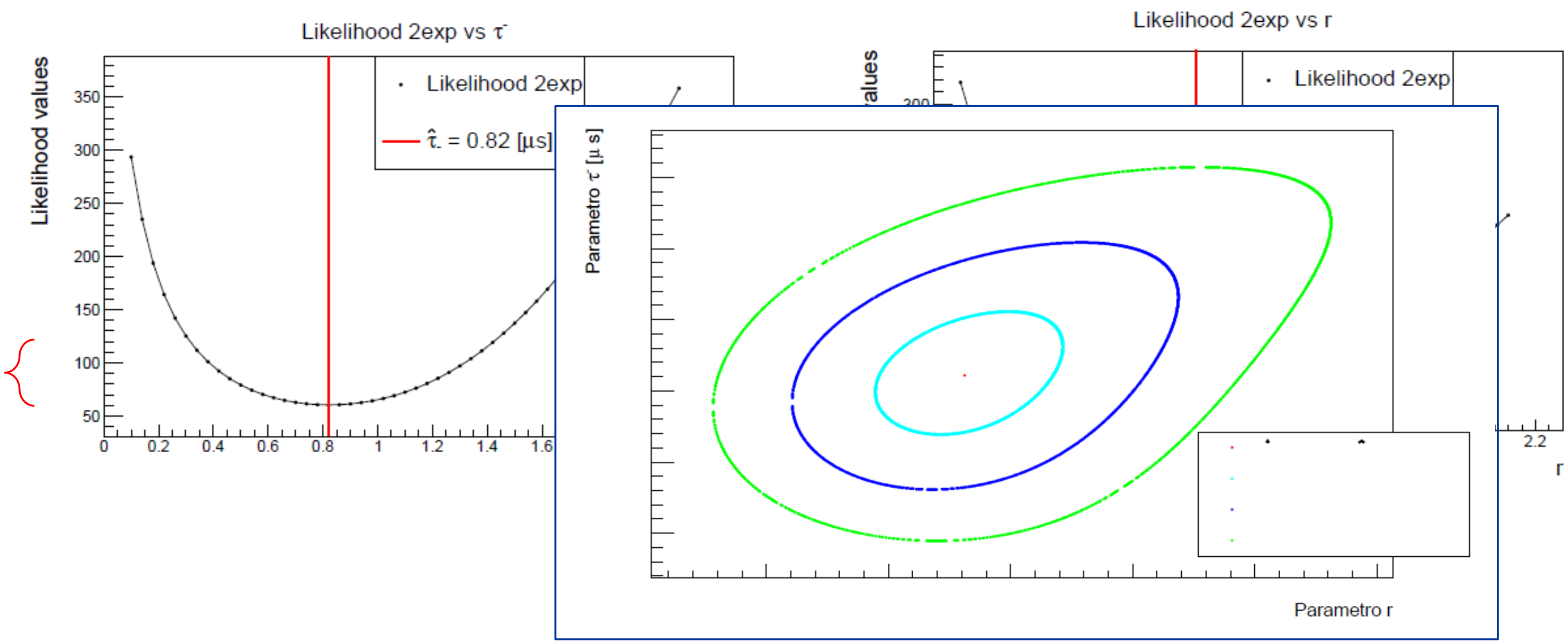


3. analisi dati
stima parametri

massimizzare lnL o lnL' o minimizzare X^2 numericamente nel piano τ^-, r

verificare andamento ~parabolico di lnL o lnL' o X^2 vs $\tau^-(r)$ per $r = \hat{r}$ $(\tau^- = \widehat{\tau^-})$ in una scala opportuna

determinare le ellissi di confidenza da $lnL = lnL_{max} - 0.5, \ldots$ o $X^2 = X^2_{min} + 1, \ldots$



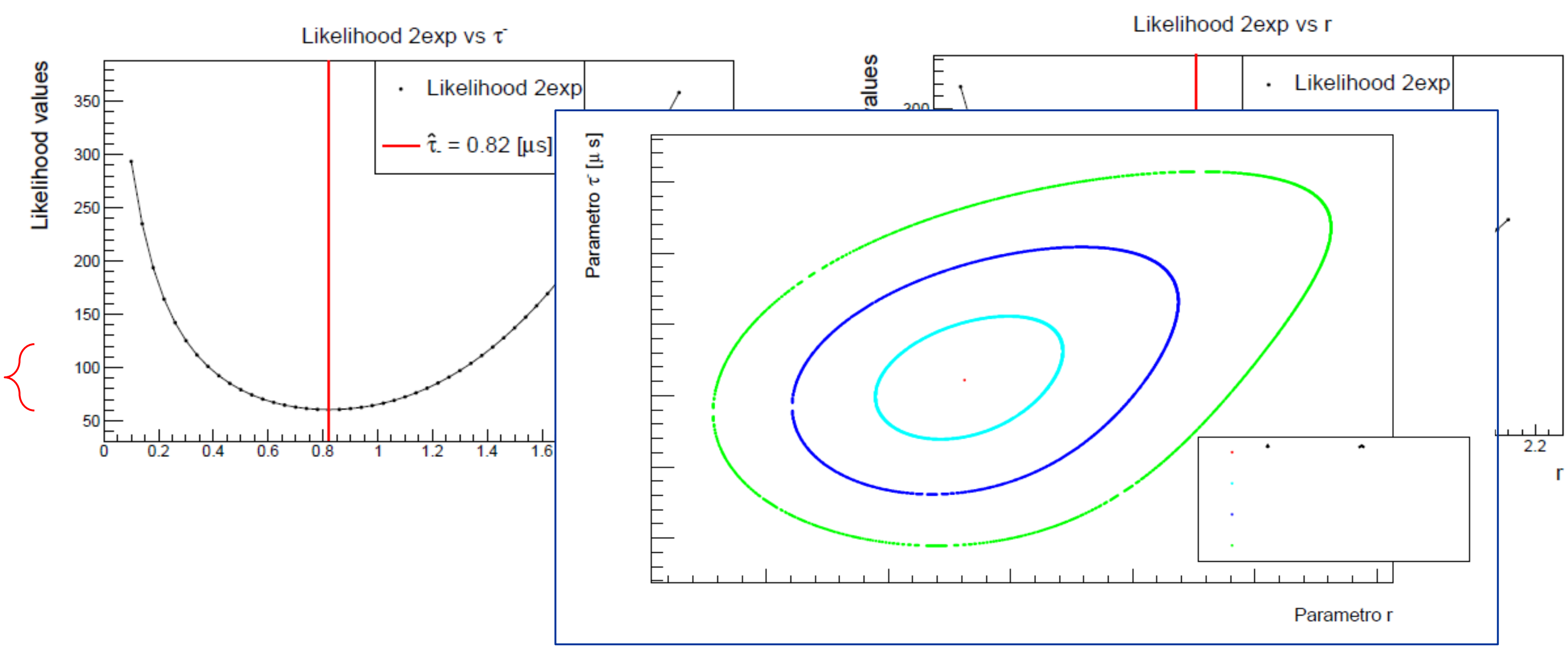
3. analisi dati
stima parametri

chiamata esplicita a Minuit $(-lnL)$

~~massimizzare~~ $\cancel{lnL}$ ~~o~~ $\cancel{lnL'}$ ~~o minimizzare~~ $\cancel{X^2}$ ~~numericamente nel piano~~ $\cancel{\tau^-, r}$

verificare andamento ~parabolico di lnL o lnL' o X^2 vs $\tau^-(r)$ per $r = \hat{r}$ $(\tau^- = \widehat{\tau^-})$
in una scala opportuna

determinare le ellissi di confidenza da $lnL = lnL_{max} - 0.5, \ldots$ o $X^2 = X^2_{min} + 1, \ldots$



3. analisi dati
stima parametri

chiamata esplicita a Minuit $(-lnL)$

manuale Minuit, Minuit e root
esempio di programma che utilizza Minuit

```
//________________________________________________________________________________
Double_t func(float x,float y,Double_t *par)
{
 Double_t value=( (par[0]*par[0])/(x*x)-1)/ ( par[1]+par[2]*y-par[3]*y*y);
 return value;
}

//________________________________________________________________________________
void fcn(Int_t &npar, Double_t *gin, Double_t &f, Double_t *par, Int_t iflag)
{
   const Int_t nbins = 5;
   Int_t i;

//calculate chisquare
   Double_t chisq = 0;
   Double_t delta;
   for (i=0;i<nbins; i++) {
     delta  = (z[i]-func(x[i],y[i],par))/errorz[i];
     chisq += delta*delta;
   }
   f = chisq;
}
```

```
   TMinuit *gMinuit = new TMinuit(5);  //initialize TMinuit with a maximum o
   gMinuit->SetFCN(fcn);

   Double_t arglist[10];
   Int_t ierflg = 0;

   arglist[0] = 1;
   gMinuit->mnexcm("SET ERR", arglist ,1,ierflg);

// Set starting values and step sizes for parameters
   static Double_t vstart[4] = {3, 1 , 0.1 , 0.01};
   static Double_t step[4] = {0.1 , 0.1 , 0.01 , 0.001};
   gMinuit->mnparm(0, "a1", vstart[0], step[0], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(1, "a2", vstart[1], step[1], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(2, "a3", vstart[2], step[2], 0,0,ierflg);
   gMinuit->mnparm(3, "a4", vstart[3], step[3], 0,0,ierflg);

// Now ready for minimization step
   arglist[0] = 500;
   arglist[1] = 1.;
   gMinuit->mnexcm("MIGRAD", arglist ,2,ierflg);

// Print results
```

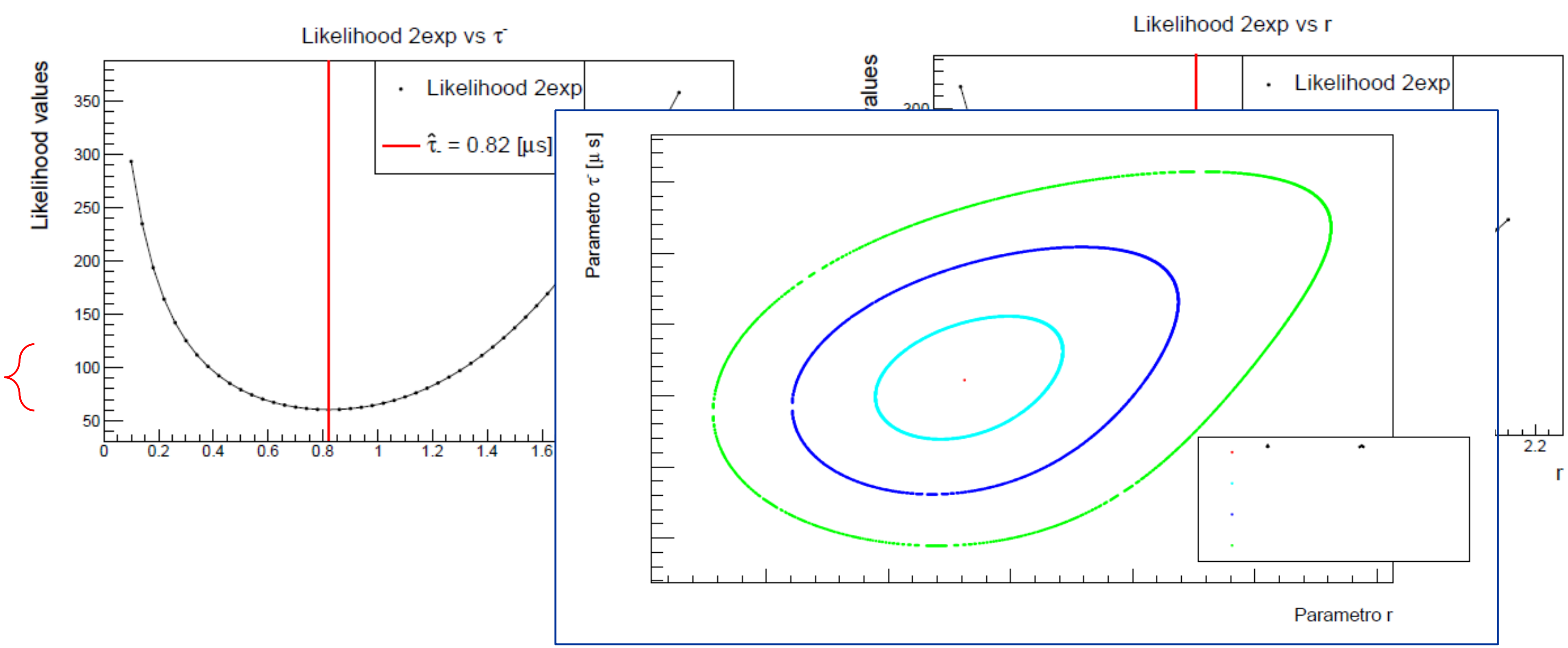
3. analisi dati
stima parametri

chiamata esplicita a Minuit $(-lnL)$

~~massimizzare lnL o lnL' o minimizzare X^2 numericamente nel piano τ^-, r~~

verificare andamento ~parabolico di lnL o lnL' o X^2 vs $\tau^-(r)$ per $r = \hat{r}$ $(\tau^- = \widehat{\tau^-})$
in una scala opportuna

determinare le ellissi di confidenza da $lnL = lnL_{max} - 0.5, \dots$ o $X^2 = X^2_{min} + 1, \dots$



3. analisi dati
stima parametri - 1 esponenziale

stessa cosa ma piu' semplice: solo un parametro (τ) da stimare

$$f\,(t) = \alpha \frac{1}{C'}\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} + (1-\alpha)\frac{1}{t_M - t_m}$$

in entrambi i casi, importante la verifica della procedura
di stima dei parametri con MC
avete gia' generato la distribuzione, basta aggiungere
il fondo costante

possible anche verifica incertezze con repliche

3. analisi dati
test d'ipotesi

per due e uno esponenziale eseguire il test delle ipotesi

$$f\,(t) = \alpha \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau_0} + r \frac{1}{\tau_0} e^{-t/\tau^-} \right\} + (1-\alpha) \frac{1}{t_M - t_m}$$

$$f\,(t) = \alpha \frac{1}{C} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} + (1-\alpha) \frac{1}{t_M - t_m}$$

usando per I parametri I valori stimati

ad es, test di Pearson

- numero minimo di eventi per bin
- gradi di liberta'
- test sul range ?
- …