

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

## CORSO DI LAUREA IN FISICA

Introduzione alla Teoria delle Reti Neurali (Codice: 139SM – SSD INF/01 – 6 CFU)  
(Marco Budinich, A.A. 2018 - 2019)

**Cenni alle basi biologiche** - il cervello, aree corticali, microcolonne, neuroni, dendriti e assoni, sinapsi. Membrana e potenziali del neurone, cenni allo sviluppo del segnale e analogia circuitale. Codifica neurale dell'informazione, plasticità delle sinapsi, regola di Hebb estesa e sua località.

**Modelli neuronali** - il neurone di McCulloch e Pitts: similarità e differenze con i neuroni biologici. Apprendimento come programmazione di una rete neurale e sua interpretazione come minimizzazione del numero di errori. Il Perceptron: enunciazione del problema nello spazio degli input, problemi linearmente separabili, l'algoritmo di apprendimento ispirato alla regola di Hebb. Teorema del Perceptron e sua dimostrazione. Perceptron con funzione di trasferimento continua e confronto con il caso binario, esempio della tangente iperbolica. Cenni alla minimizzazione numerica di funzioni.

**Reti "feed-forward"** - definizione di reti feed-forward e teorema di approssimazione universale. Mancanza di un valido algoritmo di apprendimento e metodo costruttivo per la "grandmother cell representation". Back-propagation e ambiguità intrinseca nella rappresentazione nel livello intermedio, caso dell'XOR, condizione necessaria della rappresentazione fedele ed esempi basati sull'XOR. Algoritmi di apprendimento basati sulla back-propagation: vantaggi dell'uso della tangente iperbolica. Descrizione dettagliata dell'implementazione dell'algoritmo: parte forward, parte backward, criteri di stop, esecuzione batch e incrementale.

**Teoria computazionale dell'apprendimento (COLT)** - Growth function e dimensione di Vapnik Cernonenkis  $d_{VC}$  (VC-dimension). Il caso del Perceptron: calcolo del numero di dicotomie implementabili con un discriminante lineare; punti in posizione generale, definizione della capacità del Perceptron, relazione con  $d_{VC}$ , limite per  $n \rightarrow \infty$ . Approssimazione Gaussiana della binomiale per il calcolo della capacità. Generalizzazione e sue caratteristiche, definizione del funzionale  $g(f)$  e limite di Vapnik e Cervonenkis. Esempi di applicazione del limite per calcolare il numero di esempi nel Perceptron e in una rete feed-forward.

Cenni di teoria dell'informazione: quantità di informazione e entropia di una sorgente, esempi particolari, caso dell'entropia massima - distribuzione uniforme - e minima, entropia differenziale. Distribuzioni multivariate, variabili dipendenti e indipendenti, mutua informazione. Interpretazione della risposta al contrasto dell'occhio di mosca in termini di massimizzazione dell'informazione. Funzione d'errore per il Perceptron basata sulla teoria dell'informazione; capacità per uno strato di  $h$  Perceptron binari e suo limite superiore, ruoli contrapposti dell'architettura e dell'apprendimento. Principi di apprendimento basati sull'informazione e derivazione dell'algoritmo per l'Independent Component Analysis per un neurone continuo.

**Apprendimento non supervisionato** - distribuzione degli input, matrice di covarianza, neurone di Oja e sue proprietà con relative dimostrazioni. Analisi delle componenti principali e metodi di proiezione: proprietà e difetti. Rete WTA (pigliatutto), tassellazione di Voronoi, funzione minimizzata nell'apprendimento, discussione del metodo. Reti non supervisionate con distanza definita anche nello spazio dei neuroni: mappe che conservano le distanze, reti di Kohonen e loro ispirazione biologica. Proprietà generali delle reti di Kohonen: conservazione delle distanze fra spazi a dimensione diversa, riduzione dimensionale, ordinamento e adattamento, funzione minimizzata dall'apprendimento.

**Memoria associativa** - memoria associativa e memoria tradizionale dei computer: punti fissi e bacini di attrazione. Rete di neuroni di McCulloch e Pitts completamente interconnessi: memorizzazione di un solo pattern. Random walk unidimensionale. Memorizzazione di più pattern, ipotesi sulla fattorizzazione della distribuzione dei bit di un pattern, stabilità del singolo bit. Capacità della memoria associativa calcolata con diverse definizioni della probabilità di errore sulla stabilità dei pattern memorizzati. Definizione di stabilità dinamica e suo valore

critico a  $m/n = 0.138$ . Caratteristiche delle matrici dei pesi e degli overlap. Numero di bit memorizzati e numero di bit necessari per memorizzarli. Variazioni alla regola di Hebb per migliorare il funzionamento della memoria per esempi correlati. Simulazione di una memoria associativa con mantenimento della lista dei neuroni da aggiornare. Funzione di Lyapunov per la memoria associativa e necessità di avere pesi simmetrici. La macchina di Boltzmann come generalizzazione delle varie reti studiate finora, introduzione di unità nascoste, regola di apprendimento derivata dalla minimizzazione della distanza delle distribuzioni e cenni alla sua programmazione.

**Meccanica statistica e reti neurali** (parte non richiesta agli studenti di altri corsi di laurea) - Cenni di meccanica statistica: distribuzione di Boltzmann, calcolo del valor medio di una quantità, funzione di partizione ed energia libera. Cenni ai sistemi di Ising; magnetizzazione del singolo spin e proprietà di semplici sistemi paramagnetici e ferromagnetici, calcolo della temperatura di Curie. Dinamica stocastica di Glauber e di Metropolis. Relazione fra sistemi di Ising con dinamica stocastica e memorie associative; ruolo della temperatura; simulazione di una memoria associativa con regola di aggiornamento stocastica, caso limite  $T \rightarrow 0$ . Soluzioni nel caso ferromagnetico, cenni alle soluzioni spurie e alle soluzioni con  $\alpha > 0$ . L'algoritmo di Simulated Annealing e sua generalità.

**Visione** - Cenni alle diverse componenti anatomiche del sistema visivo umano e alle relative funzionalità. Ipotesi sull'interpretazione dei campi visivi nella corteccia: trasformate spaziali, approccio computazionale, modelli basati sulle reti neurali. Problemi mal posti, calcolo numerico delle derivate.

### **Esempi di programmi più complessi per studenti non di fisica per i quali non è richiesta la parte di Meccanica Statistica**

1. Verifica della dipendenza da  $m$  (numero di esempi) della frazione di problemi casuali risolvibili dal Perceptron per 10 e 1000 ingressi.
2. Back-propagation su una rete feed-forward con 2 insiemi di esempi: uno per l'apprendimento e uno per il test. Apprendimento sull'insieme di esempi con criterio di stop basato sulla minimizzazione dell'errore sull'insieme di test. Uso di un numero di esempi sufficiente per ottenere una ragionevole probabilità di generalizzazione.
3. Verifica del numero di esempi necessari per una buona generalizzazione per un Perceptron basato sul limite inferiore alla generalizzazione di Vapnik e Cervonenkis.
4. Rete di Sanger per il calcolo delle componenti principali di una serie di dati.
5. Rete di Kohonen unidimensionale con dati in 1, 2 e 3 dimensioni.
6. Rete a due strati: il primo implementa una rete di Kohonen, il secondo una rete feed-forward con back-propagation.
7. Perceptron con funzione d'errore basata sulla distanza di Kullback-Leibler fra output e output desiderati.
8. Memoria associativa con 1.000 neuroni e mantenimento della lista dei neuroni da aggiornare. Modifica delle sinapsi per migliorare le prestazioni della memoria per le immagini. Eventuale uso di immagini compresse (.jpg); in questo caso è indispensabile il miglioramento delle sinapsi.
9. Rete a due strati con un primo strato per il calcolo delle componenti principali (rete di Sanger) o con una rete di Kohonen ed un secondo strato di memoria associativa che memorizza i dati trasformati (per due persone).
10. Calcolare analiticamente un algoritmo di apprendimento per uno strato di  $h$  Perceptron binari basato sulla massimizzazione della mutua informazione fra input e output (per chi ama la teoria).
11. Programma per la ICA di un neurone continuo con distribuzione degli input Gaussiana.
12. Altri programmi possono essere concordati con il docente.

**Testi consigliati**

Collocazione biblioteca Dipartimento di Fisica:

Griffith J.S., Mathematical Neurobiology, Academic Press, 1971, pp. x-162; I-224

Hertz J., Krogh A., Palmer R.G., Introduction to the Theory of Neural Computation, Addison-Wesley, 1991, pp. xxii-328; I-295

Muller B., Reinhardt J., Neural Networks - An Introduction, Springer Verlag, 1991, pp. xiv-266; I-296

Palmer S.E., Vision science: photons to phenomenology, The MIT Press, 2002, pp. xxii-810;

Biblioteca Psicologia: 01./2342

**Sessioni ufficiali d'esame di: Introduzione alla Teoria delle Reti Neurali**

30 gennaio 2019	18 giugno 2019	3 settembre 2019
26 febbraio 2019	4 luglio 2019	26 settembre 2019
28 gennaio 2020		

Tutti gli esami si svolgono alle ore 9:30 al Dipartimento di Fisica in via A. Valerio 2