

3. misura della pressione atmosferica

Si fa con una siringa senz'ago e con la punta sigillata ed un dinamometro. Quando si tira lo stantuffo per farlo uscire e si produce il vuoto dentro la siringa, si sente che c'è una forza che si oppone: è la forza dovuta alla pressione atmosferica. Usiamo un dinamometro per misurare questa forza e quindi la pressione atmosferica.

Materiale occorrente:

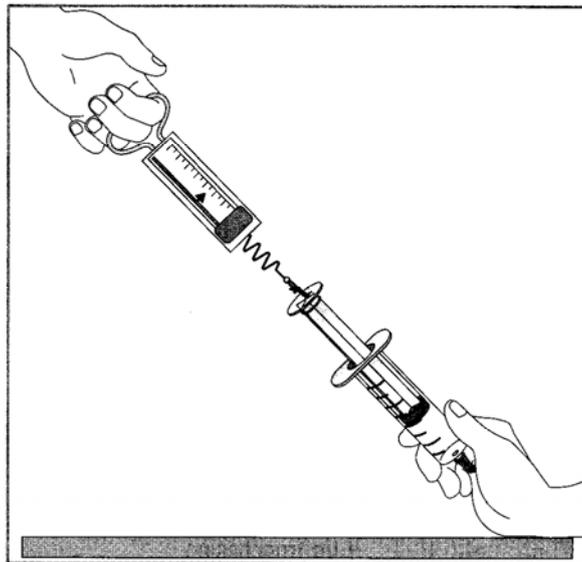
- una siringa (con diametro dell'ordine di 1 cm)
- un tronchesino
- colla
- un dinamometro
- dello spago
- un calibro

Montaggio dell'esperimento:

Anzitutto misuriamo con il calibro il diametro interno della siringa.

Inseriamo quindi un cappio nella testa dello stantuffo come nella foto (per farlo dobbiamo forare la testa dello stantuffo). Dobbiamo quindi preparare un tappo a tenuta d'aria per la siringa: prendiamo l'ago e tagliamolo via dal manicotto che lo tiene attaccato alla siringa e tappiamo il foro dell'ago con della colla.

Lubrificiamo adesso l'interno della siringa con dell'olio minerale, espelliamo l'olio residuo e, tenendo lo stantuffo completamente appoggiato al fondo, tappiamo la siringa. Prendiamo poi il dinamometro, fissiamo il gancio del dinamometro allo stantuffo e tiriamo fino a provocare il distacco (di almeno un paio di centimetri) dello stantuffo dal fondo della siringa. Se adesso diminuiamo gradualmente la forza esercitata dal dinamometro, notiamo che lo stantuffo non si muove, finché ad un certo punto si muove di scatto e torna dentro la siringa.



Esecuzione e analisi dell'esperimento:

Consideriamo le ultime due fasi dell'esperimento:

- tiriamo con il dinamometro, e quando la forza raggiunge un certo valore F_1 , lo stantuffo si stacca improvvisamente dal fondo e si sposta velocemente fino a fermarsi in un'altra posizione;
- molliamo lentamente, e quando la forza raggiunge un altro valore F_2 , lo stantuffo si muove improvvisamente e torna dentro la siringa.

Quel che accade nelle due situazioni è che ci sono tre forze in gioco: la forza dovuta alla pressione atmosferica F_p , la forza esercitata dal dinamometro (F_1 o F_2) e l'attrito di distacco F_a .

Nel primo caso, perché ci sia il distacco, deve valere la relazione:

$$F_1 = F_p + F_a,$$

perché l'attrito di distacco si oppone al movimento e quindi deve agire nella stessa direzione della pressione atmosferica.

Nel secondo caso, perché ci sia il ritorno dello stantuffo, deve valere la relazione:

$$F_p = F_2 + F_a,$$

perché ora l'attrito di distacco deve agire in direzione opposta alla pressione atmosferica. Riscriviamo ora le due equazioni come segue:

$$F_p = F_1 - F_a,$$

$$F_p = F_2 + F_a.$$

Utilizzando queste due equazioni possiamo scrivere:

$$2F_p = F_p + F_p = (F_1 - F_a) + (F_2 + F_a) = F_1 + F_2$$

e allora

$$F_p = \frac{1}{2}(F_1 + F_2).$$

In modo simile si trova anche la forza d'attrito F_a :

$$F_a = \frac{1}{2}(F_1 - F_2).$$

Domande:

1. Come va scelta la siringa per questo esperimento? è meglio una siringa con sezione piccola o con sezione grande?
2. Che effetto ha l'aria residua che è rimasta nello stantuffo? Produce un grosso errore nella misura?
3. I barometri misurano la pressione atmosferica, quindi quello che abbiamo realizzato è un piccolo barometro. Per prevedere l'evoluzione del tempo atmosferico è importante conoscere la pressione, le cui variazioni massime sono dell'ordine di $\pm 5\%$ della pressione media. I barometri hanno una precisione dell'ordine dello 0.1% . Che precisione è in grado di raggiungere il barometro che abbiamo costruito? Cosa dovremmo fare per migliorare?
4. Come funzionano i barometri che si usano in meteorologia?

Commenti:

- Per stimare la sezione della siringa che va accoppiata con un certo dinamometro si deve ricordare che la pressione atmosferica normale è di $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 10.13 \text{ N/cm}^2$, e quindi se la sezione della siringa è di 1 cm^2 , la forza esercitata dalla pressione atmosferica è appena un poco superiore alla forza di gravità associata ad una massa di 1 kg .
- Le siringhe usa e getta che si trovano normalmente in commercio hanno un grande attrito di distacco. L'olio minerale lo abbassa un pochino, ma l'attrito resta sempre il limite fondamentale per una misura fatta in questo modo.
- Misure fatte con una siringa con un diametro di 1 cm (e quindi una sezione di $7.9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$) hanno dato $F_1 \approx 11 \text{ N}$, $F_2 \approx 2 \text{ N}$, e quindi $F_p \approx 6.5 \text{ N}$, da cui si trova *pressione atmosferica* $\approx 1. \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.
- Vale anche la pena di notare che la superficie esterna dello stantuffo non è regolare, ed in particolare è molto più grande della sezione della siringa. E allora come si fa a calcolare la forza che l'aria esercita sullo stantuffo? La risposta è la seguente: supponiamo di scomporre la superficie esterna dello stantuffo in tante piccole superfici piane di area s_j , e sia \mathbf{n}_j un vettore unitario normale alla j -esima piccola superficie (diretto verso l'interno). Allora la forza totale che la pressione atmosferica esercita sullo stantuffo è data da

$$\mathbf{F}_j = \sum_j p(s_j \mathbf{n}_j) = p \sum_j s_j \mathbf{n}_j$$

e se \mathbf{n} è il versore che ha la direzione dell'asse della siringa ed è diretto verso l'interno, allora la componente della forza che cerca di riportare lo stantuffo alla posizione iniziale è

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{F}_j = p \sum_j s_j \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_j = pS$$

dove S è la sezione della siringa. Infatti la quantità $s_j \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_j$ non è nient'altro che l'area della j -esima piccola superficie proiettata in direzione \mathbf{n} .

4. Legge di Boyle

In questo esperimento verifichiamo in modo diretto la legge di Boyle $P \cdot V = costante$.

Materiali

- una siringa
- una base forata per mantenere la siringa in posizione verticale
- un tronchesino
- colla
- cilindretti metallici con pesi variabili da 0.1 a 0.5 kg
- una bilancia
- un righello

Montaggio dell'esperimento

Dobbiamo preparare un tappo a tenuta d'aria per la siringa: prendiamo l'ago, usiamo il tronchesino per tagliarlo via dal manicotto che lo tiene attaccato alla siringa e tappiamo il foro dell'ago con della colla.

Misuriamo il diametro interno D della siringa e annotiamolo.

Aspettiamo che la colla asciughi, e quando il tappo è pronto solleviamo fino quasi al massimo lo stantuffo della siringa e infine tappiamola.

Mettiamo la siringa verticale nella base forata come nella figura 1, e misuriamo la posizione H dello stantuffo (M è la massa che pesa sullo stantuffo, e ovviamente all'inizio è uguale a zero).

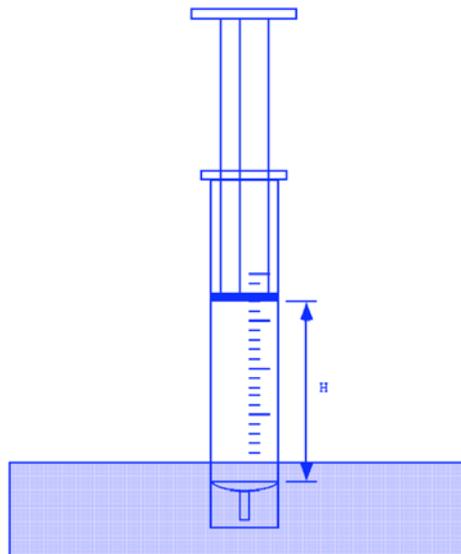


Figura 1: la siringa nel suo supporto

Esecuzione dell'esperimento

Prendiamo un cilindretto e carichiamolo sullo stantuffo: questo si abbassa e si ferma in una posizione di equilibrio H_1 (figura 2).

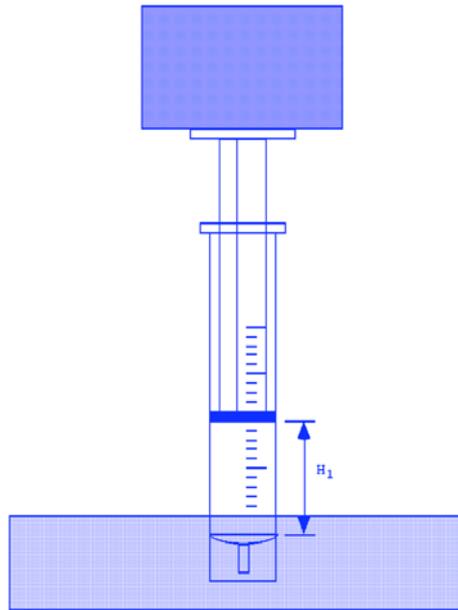


Figura 2

Spingiamo lo stantuffo con la mano verso il basso e lasciamolo tornare su: raggiunge una posizione H_2 leggermente diversa dalla precedente (ciò è dovuto all'attrito all'interno della siringa, si veda la discussione nella scheda sulla misura della pressione atmosferica).

Definiamo la posizione H come la media di H_1 e H_2 , $H = \frac{H_1 + H_2}{2}$, e inseriamola nella tabella. Utilizziamo la bilancia per trovare la massa M del pesetto che abbiamo caricato sullo stantuffo, e segniamo anche questa nella tabella.

Cambiamo la massa che carichiamo sullo stantuffo e ripetiamo queste misure per una decina di volte.

Analisi dei dati

Il volume dell'aria all'interno della siringa è dato da $V = \frac{\pi D^2 H}{4}$ e la pressione esercitata dai

cilindretti è $P_c = \frac{4Mg}{\pi D^2}$. La pressione totale che agisce dall'esterno è data dalla somma della pressione atmosferica - che vale circa $1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ - più la pressione dei cilindretti, perciò il prodotto $P \cdot V$ vale

$$\begin{aligned} P \cdot V &\approx \left(\frac{4Mg}{\pi D^2} + 1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot \frac{\pi D^2 H}{4} \\ &= MgH + \left(0.79 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot D^2 H \end{aligned}$$

Calcoliamo il prodotto $P \cdot V$ per ciascuna misura e inseriamo anche questi risultati nella tabella. Se abbiamo eseguito correttamente l'esperimento allora $P \cdot V$ dovrebbe essere costante, entro gli errori sperimentali.

Si ricordi che la pressione atmosferica normale è di $1.013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 10.13 \text{ N/cm}^2$, e quindi se la sezione della siringa è di 1 cm^2 , la forza esercitata dalla pressione atmosferica è appena un poco superiore alla forza di gravità associata ad una massa di 1 kg .

Se P_0, V_0 sono pressione e volume iniziale, e se $P_1 = P_0 + \Delta P$ e $V_1 = V_0 + \Delta V$ sono pressione e volume finale, allora (nel caso di una trasformazione isoterma) $P_0 \cdot V_0 = P_1 \cdot V_1$, e allora se si mette sulla siringa con una sezione di 1 cm^2 una massa di 1 kg , $P_1 \approx 2P_0$, e dunque $V_1 \approx V_0/2$. Ciò significa che l'altezza dello stantuffo si dimezza con una massa di 1 kg .

Se V_0 è il volume della siringa senza carico (espresso in litri), e si ricorda che il volume molare di un gas a pressione e temperatura standard è di circa 22.4 litri, si può trovare il numero totale di mole contenute nella siringa $n = V_0/(22.4 \text{ litri})$. Poichè l'equazione di stato dei gas perfetti è $P \cdot V = nRT$, misurando la temperatura ambientale T (espressa in gradi Kelvin) è possibile calcolare dalle misure fatte anche la costante R : $R = P \cdot V/nT$.