Misura della non-linearità di un ADC

Sergio Ricciarini

INFN Sezione di Firenze

Corso di Elettronica Generale I

Laurea Specialistica in Scienze Fisiche e Astrofisiche

Dip. di Fisica - Università di Firenze

11 Gennaio 2011

DNL

- Definizione della **non-linearità differenziale** o **DNL** di un ADC a N bit.

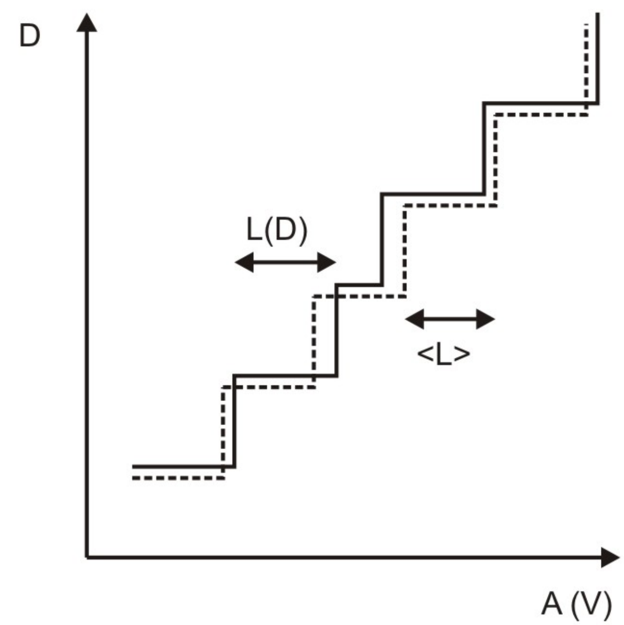
- Per ogni codice D (fra 0 e 2^N-1), sia L(D) l'**ampiezza** dell'intervallo di tensioni in ingresso corrispondenti.

- Definizione: **DNL(D) = L(D) - <L>**

  (espressa **in V**)

  L'ampiezza media <L> è data da:

$$\boxed{< L >= \frac{\sum_{D=0}^{2^N-1} L(D)}{2^N}}$$



DNL

- Di solito la DNL si esprime in unità di <L> (corrispondente a un salto di 1 LSB sull'asse dei codici D):

  DNL(D) = L(D) -1 (espressa in <L>, o, come si dice "**in LSB**")

- DNL(D) può assumere in teoria qualsiasi valore a partire da -1

  DNL(D) = -1 indica che **il codice è mancante: L(D)=0.**

  DNL(D) = 0 indica **un codice con ampiezza di tensioni "perfetta": L(D)=<L>.**

- Per un buon ADC, DNL(D) è distribuita nel campo di valori fra - 0.5 LSB e + 0.5 LSB o in un campo ancora più ristretto attorno a 0.

Misura di DNL

- Esistono molti metodi di misura. Qui ne viene illustrato uno.
- Principio: si fa lavorare l'ADC con un segnale in ingresso tale che **tutti i valori di tensione** nel campo dinamico di ingresso hanno **la stessa probabilità di essere convertiti** dall'ADC.
- Se questo è vero, allora la probabilità P(D) di avere in uscita il codice D è proporzionale all'ampiezza L(D):

$$\boxed{P(D) = \frac{L(D)}{2^N \cdot < L >}}$$

  - La probabilità P(D) è misurata, dopo un certo numero di conversioni N_{conv}, con un certo errore statistico.
  - P(D) può essere descritta come la probabilità di "successo" (codice D) in una "prova" (conversione): segue quindi la **distribuzione binomiale**.

Misura di DNL

- Detto C(D) il numero di conteggi ("successi") per un dato codice D, su N_{conv} conversioni ("prove"):
  - la **miglior stima**, o misura, di P(D) è **P(D) = C(D) / N_{conv}** .
  - la **deviazione standard**, o incertezza statistica nella misura di P(D), è:

$$\sigma_P(D) = \sqrt{\frac{1}{N_{conv}} \cdot P(D) \cdot \left(1 - P(D)\right)} \approx \sqrt{\frac{1}{N_{conv}} \cdot \frac{C(D)}{N_{conv}} \cdot \left(1 - \frac{C(D)}{N_{conv}}\right)}$$

  - e l'errore relativo è:

$$\frac{\sigma_P}{P}(D) = \sqrt{\frac{1}{N_{conv}} \cdot \left(\frac{1}{P(D)} - 1\right)} \approx \sqrt{\frac{1}{N_{conv}} \cdot \left(\frac{N_{conv}}{C(D)} - 1\right)} \approx \frac{1}{\sqrt{C(D)}}$$

Misura di DNL

- La misura di L(D) è quindi:

  L(D) = $2^N \cdot P(D) = 2^N \cdot C(D) / N_{conv}$ **= C(D)/<C>** (espressa in LSB)

  avendo definito **<C> = N_{conv} / 2^N**

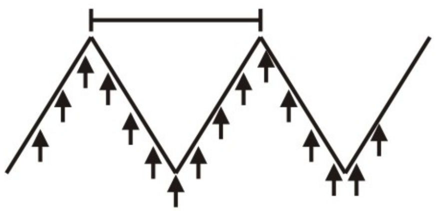
- L'errore relativo è: $$\boxed{\frac{\sigma_L}{L}(D) = \frac{1}{\sqrt{C(D)}}}$$

- Infine la DNL è data da:

  DNL(D) = L(D) - 1 = C(D)/<C> - 1 (espressa in LSB)

Misura di DNL

- Come si fa ad avere un'equiprobabilità di conversione su tutto il campo dinamico di tensioni in ingresso?

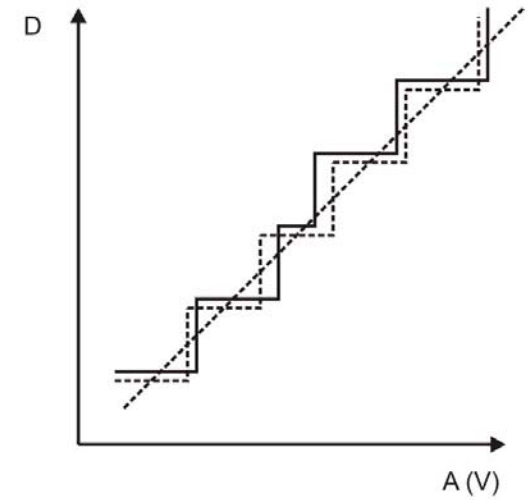


- Si può usare **un'onda triangolare**.
  - **Lontano dai vertici**, la tensione è proporzionale al tempo.
  - È quindi **distribuita uniformemente nel tempo**.
  - **Lontano dai vertici**, la probabilità di convertire un dato valore di tensione è quindi una costante.
- Accorgimenti:
  - i vertici (inversione della derivata) devono trovarsi ***abbastanza*** al di fuori del campo dinamico;
  - la frequenza dell'onda e la frequenza di conversione dell'ADC non devono essere tali che una sia un multiplo **intero** dell'altra.

Retta di calibrazione ADC

- **Retta di calibrazione** dell'ADC:

  $$A_{cal}(D) = A_{cal}(0) + \langle L\rangle \cdot D$$



- La retta di calibrazione viene ovviamente **scelta** con pendenza <L> per minimizzare l'**errore di quantizzazione**.

- Per un **ADC perfettamente lineare**, L(D) = <L> uguale per tutti i codici D:
  - se si sceglie $A_{cal}(0)$=0.5 LSB, l'**errore di conversione** è dato dal solo **errore di quantizzazione** 0.5 <L> (espresso in V) o 0.5 LSB (espresso in LSB).

- Il **guadagno di conversione** ΔD/ΔV è quindi dato da 1/<L> (espresso in LSB/V).

Errore di non-linearità

- **Per un ADC reale, si è visto che l'ampiezza L(D) non è uguale a <L>.**
  - L'**errore di conversione** oltre all'errore di **quantizzazione** contiene un contributo di **non-linearità**:

$$A_{true}(D) = A_{cal}(D) \pm \delta V_{conv} \qquad \delta V_{conv} = \delta V_{quant} + \delta V_{non\text{-}lin}$$

NOTA: si tratta di **errori sistematici** (**discrepanze non casuali** fra il valore di tensione reale e quello associato al codice D in base alla retta di calibrazione).

- Conviene scomporre l'errore di non-linearità per un dato D in due contributi:
  - un contributo (**errore di DNL**) è dato dal fatto che l'ampiezza L(D) non è <L>;
  - l'altro (**errore di INL**) è dato dal fatto che, a causa della somma delle DNL dei codici precedenti, il **centro** dell'intervallo di tensioni corrispondente a D non coincide con il centro ideale $A_{cal}(D)=A_{cal}(0) + \langle L \rangle \cdot D$

Errore di non-linearità

- **Errore di DNL**: di solito si indica, in maniera conservativa, il massimo errore che possiamo avere su tutti i codici D:

$$\delta V_{DNL} = \mathbf{0.5} \cdot \max_D DNL(D)$$

NOTA: contribuiscono in pratica solo i codici per cui DNL>0 !

Errore di INL

- Prima di parlare dell'errore di INL, definiamo la INL!

- Per ogni codice D (fra 0 e 2^N-1), sia A(D) il **centro reale** dell'intervallo di tensioni in ingresso corrispondenti.

- Definizione della **non-linearità integrale** di un ADC a N bit:

  INL(D) = A(D) - A_{cal}(D) (misurata **in V**)

- Poiché è anch'essa un effetto della ampiezza variabile degli intervalli L(D), è possibile esprimerla in termini di DNL.

- Si può mostrare che:

$$\boxed{INL(D) = \sum_{D'=D_0}^{D} DNL(D') - \frac{DNL(D)}{2} - \frac{DNL(D_0)}{2} + INL(D_0)}$$

Errore di INL

- **Errore di INL**: di solito si indica, in maniera conservativa, il massimo errore che possiamo avere su tutti i codici D:

$$\delta V_{INL} = \max_D |INL(D)|$$

NOTA: contribuiscono tutti i codici, anche quelli per cui DNL<0 !

- **Scegliendo $A_{cal}(0)$ per la retta di calibrazione si determina INL(0) e si può minimizzare** δV_{INL} .
  - Si sposta orizzontalmente la retta di calibrazione.

- L'errore di conversione totale (conservativo) è dato da:

$$\delta V_{conv} = \delta V_{quant} + \delta V_{DNL} + \delta V_{INL}$$